

0.1 Lekcja 3. Najmniejsza wspólna wielokrotność

Wspólną wielokrotnością danych liczb naturalnych a, b jest trzecia liczba naturalna m , która jest podzielna przez obie liczby a i b . Wspólnych wielokrotności danych liczb naturalnych jest nieskończenie wiele. Wybieramy najmniejszą z nich, piszemy $NWW(a, b)$

Przykład 0.1 Dla liczb 5 i 7 wspólną wielokrotnością jest ich iloczyn $5 * 7 = 35$. Liczba 35 jest najmniejszą wspólną wielokrotnością liczb 5 i 7. Inną wspólną wielokrotnością liczb 5 i 7 jest liczba 70, ponieważ $70 : 5 = 14$ i $70 : 7 = 10$. Jednak 70 nie jest najmniejszą wspólną wielokrotnością liczb 5 i 7.

Najmniejszą wspólną wielokrotność znajdujemy przez rozkład danych liczb na czynniki liczb pierwszych.

Przykład 0.2 Znajdź najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 120 i 210
Rozkładamy liczby 120 i 210 na czynniki pierwsze według schematu

120	2,	210	2
	60	105	3
	30	35	5
	15	7	7
	5	1	
	1		

Wybieramy wspólne czynniki w rozkładzie obu liczb : 2, 3 i 5. Następnie do iloczynu $2 * 3 * 5$ dopisujemy czynniki, które nie są wspólne, to znaczy nie powtarzają się. To są czynniki 4 i 7.

Najmniejszą wspólną wielokrotnością jest iloczyn tych czynników

$$NWW(120, 210) = 2 * 3 * 5 * 4 * 7 = 1540$$

Przykład 0.3 Znajdź najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 910 i 1155
Rozkładamy liczby 910 i 1155 na czynniki pierwsze według schematu

910	2,	1155	3
	455	385	5
	91	77	7
	13	11	11
	1	1	

Wybieramy wspólne czynniki w rozkładzie obu liczb : 5 i 7. Następnie do iloczynu $5 * 7$ dopisujemy czynniki, które nie są wspólne, to znaczy nie powtarzają się. To są czynniki 2, 3, 11, 13.

Najmniejszą wspólną wielokrotnością jest iloczyn tych czynników

$$NWW(910, 1155) = 5 * 7 * 2 * 3 * 11 * 13 = 30030$$

0.1.1 Zadania

Zadanie 0.1 Rozłóż na czynniki pierwsze liczby

(i) $a = 184$

(ii) $b = 6006$

Zadanie 0.2 Podaj resztę z dzielenia liczby a przez liczbę b

(i) $a = 254$ i $b = 15$

(ii) $b = 2672$ i $b = 848$

Zadanie 0.3 Znajdź największy wspólny dzielnik liczb 425 i 125

(i) przez rozkład tych liczb na czynniki pierwsze.

(ii) stosując algorytm Euklidesa

Zadanie 0.4 Znajdź największy wspólny dzielnik liczb stosując algorytm Euklidesa

$$2672 \text{ i } 848$$

Zadanie 0.5 Wyznacz wszystkie rozwiązania układu równań

$$x + y = 180$$

$$NWD(x, y) = 30$$

1

Zadanie 0.6 Ile wspólnych wyrazów mają ciągi arytmetyczne

$$5, 8, 11, 14, \dots; \text{ i } 3, 7, 11, 15, \dots;$$

Zadanie 0.7 Znajdź najmniejszą wspólną wielokrotność liczb

(i) 25 i 235

(ii) 512 i 5040

Zadanie 0.8 Czy liczbę pierwszą p można przedstawić w postaci iloczynu różnicy i sumy liczb naturalnych a i b

$$p = (a - b)(a + b)$$

Zadanie 0.9 Wykaż, że dla każdej liczby pierwszej $p > 4$ liczba $(p - 1)(p + 1)$ jest podzielna przez 24

¹NWD(x,y) oznacza największy wspólny dzielnik liczby x i liczby y .