

SZKOŁA PODSTAWOWA HELIANTUS  
02-892 Warszawa  
ul. Bażancia 16

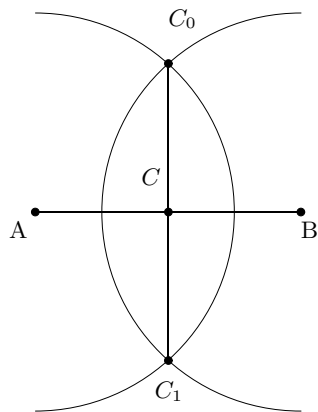
# ELEMENTARZ MATEMATYKI

## dla klas I, II, III

Arytmetyka i geometria  
od początku

TADEUSZ STYŚ

**Konstrukcja podziału odcinka  $[A, B]$  na połowy.** Rozwartością cyrkla równą długości większej niż połowa odcinka  $|AB|$  zakreślamy łuk stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $A$ . Podobnie tą samą rozwartością cyrkla zakreślamy łuk, stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $B$ . Łączymy punkty  $C_0$  i  $C_1$  przecięcia łuków linijką. W ten sposób narysowaliśmy symetralną odcinka  $[A, B]$  dzieląc ten odcinek na połowę w punkcie  $C$ .



Warszawa, marzec 2020

## 0.1 Wstęp

Elementarz nauczania matematyki w klasach I, II, III zawiera podstawową wiedzę o liczbach i figurach geometrycznych wspartą przykładami, ćwiczeniami i zadaniami.<sup>1 2 3</sup>

Treść i forma elementarza jest pewną propozycją nauczania matematyki od początku, bez obrazków, zagadek i gier.

Na drugim i trzecim etapie nauczaniem matematyki w szkole podstawowej i liceum został opracowany skrypt *”Matematyka dla Szkoły Podstawowej i Liceum Ogólnokształcącego”* na podstawie kilkudziesięcio-letniej pracy i doświadczenia autora w różnych systemach edukacji głównie w szkołach wyższych, ale również w szkołach podstawowych i średnich w Polsce i Afryce. Elementarz i skrypt nie są podręcznikami dla szkoły podstawowej i liceum. Natomiast, jako materiał kompleksowy, obejmuje treść matematyki z zakresu podstawowego i rozszerzonego programu uczonego na pierwszym, drugim i trzecim etapie edukacji. Zatem opracowanie całości matematyki podstawowej i licealnej może być szczególnie pomocne jako rekomendowany tekst do nauki indywidualnej w domu.

Na pierwszym etapie edukacji nauka matematyki od podstaw w klasach I,II,III obejmuje arytmetykę w zakresie małych liczb naturalnych.<sup>4</sup>

Tematy z geometrii w klasach I,II,III obejmują własności i kształt figur prostych, odcinki, trójkąty, prostokąty i okręgi.

Elementarz składa się z trzech rozdziałów.

Rozdział I arytmetyka i geometria jest przeznaczony dla klasy pierwszej. Zawiera początki liczenia i cztery operacji arytmetycznych z bardzo prostymi przykładami, ćwiczeniami i zadaniami dostosowanymi do nauczania początkowego.

W zakresie geometrii tematy obejmują rozpoznawanie figur geometrycznych odcinków, prostych, trójkątów, prostokątów i okręgów.

Rozdział II arytmetyka i geometria został opracowany dla klasy drugiej. Stanowi kontynuację tematów z klasy pierwszej o operacjach arytmetycznych na liczbach jednocyfrowych i dwucyfrowych.

Przykłady, ćwiczenia i zadania zostały ułożone zgodnie z zasadą kolejności wykonywanych operacji dodawania odejmowania, mnożenia i dzielenia w prostych wyrażeniach arytmetycznych.

Geometria w klasie II zawiera podstawę programową rozszerzoną o konstrukcję prostych figur odcinka, symetralnej odcinka, prostej prostopadłej do danej prostej i równoległej do danej prostej, konstrukcja trójkąta o danych bokach i okręgu o danym promieniu. Kąty ostre rozwarte.

Rozdział III arytmetyka i geometria opracowany jest dla klasy trzeciej. Z arytmetyki powtórzenie i rozszerzenie wiedzy z zakresu operacji arytmetycznych dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia na liczbach naturalnych jednocyfrowych i dwucyfrowych.

Obliczanie prostych wyrażeń arytmetycznych bez nawiasów i z nawiasami.

<sup>1</sup>Przykłady rozwiązuje i wyjaśnia nauczyciel dla całej klasy.

<sup>2</sup>Ćwiczenia rozwiązują uczniowie w zeszytach, jeden z uczniów rozwiązuje na tablicy.

<sup>3</sup>Zadania rozwiązują uczniowie samodzielnie.

<sup>4</sup>Liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe nazywamy tutaj małymi liczbami

Zakres geometrii w klasie III-iej obejmuje konstrukcje z cyrklem i linijką symetralna odcinka, prostej prostopadłej i prostej równoległej do danej prostej przechodzącej przez dany punkt. Konstrukcja z cyrklem i linijką trójkątów równobocznych, równoramiennych i trójkątów prostokątnych, kwadratów i prostokątów. Okrąg i jego własności: środek okręgu, promień okręgu, średnica okręgu, cięciwa okręgu, kąt środkowy i kąt wpisany w okrąg.

Tadeusz STYŚ

Warszawa, marzec, 2020 rok



# Contents

0.1	Wstęp . . . . .	ii
<b>1</b>	<b>Klasa I. Arytmetyka i geometria</b>	<b>1</b>
1.1	Arytmetyka. Uczymy się liczyć . . . . .	1
1.1.1	Dodawanie liczb jednocyfrowych. Ćwiczenia . . . . .	3
1.1.2	Odejmowanie liczb jednocyfrowych. Ćwiczenia . . . . .	5
1.2	Suma liczb jednocyfrowych i liczb dwucyfrowych . . . . .	6
1.3	Różnica liczb dwucyfrowych i jednocyfrowych . . . . .	8
1.4	Proste wyrażenia arytmetyczne . . . . .	9
1.4.1	Pozycja cyfr w liczbach. Zapis dziesiętny . . . . .	11
1.4.2	Mnożenie liczb jednocyfrowych . . . . .	17
1.4.3	Tabliczka mnożenia . . . . .	22
1.4.4	Dzielenie liczb przez liczby jednocyfrowe . . . . .	23
1.5	Geometria. Figury Proste . . . . .	26
1.5.1	Prosta i odcinek . . . . .	26
1.5.2	Okrąg i koło . . . . .	27
1.5.3	Trójkąty . . . . .	28
1.5.4	Prostokąty . . . . .	30
1.5.5	Ćwiczenia . . . . .	30
<b>2</b>	<b>Klasa II. Arytmetyka i geometria</b>	<b>33</b>
2.1	Arytmetyka. . . . .	33
2.1.1	Dodawanie i odejmowanie małych liczb naturalnych . . . . .	33
2.1.2	Ćwiczenia . . . . .	34
2.1.3	Mnożenie małych liczb naturalnych . . . . .	35
2.1.4	Dzielenie małych liczb naturalnych . . . . .	37
2.1.5	Kolejność wykonywania operacji arytmetycznych . . . . .	38
2.2	Geometria . . . . .	42
2.2.1	Trójkąty . . . . .	44
2.2.2	Kwadrat . . . . .	47
2.2.3	Okrąg i koło . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Klasa III. Arytmetyka i geometria</b>	<b>49</b>
3.1	Arytmetyka . . . . .	49
3.1.1	Liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe . . . . .	49
3.1.2	Dodawanie liczb bez przekroczenia progu 10. . . . .	50
3.1.3	Dodawanie liczb z przekroczeniem progu 10. . . . .	50
3.1.4	Odejmowanie liczby jednocyfrowej od liczby dwucyfrowej . . . . .	51
3.1.5	Mnożenie liczby dwucyfrowej przez liczbę jednocyfrową . . . . .	52
3.1.6	Dzielenie liczb dwucyfrowych przez liczby jednocyfrowe . . . . .	54

3.2	Wyrażenie arytmetyczne . . . . .	56
3.2.1	Dodawanie liczb dwucyfrowych . . . . .	57
3.2.2	Odejmowanie liczb dwucyfrowych . . . . .	59
3.3	Geometria . . . . .	62
3.3.1	Odcinek, proste prostopadłe i proste równoległe . . . . .	62
3.3.2	Trójkąty . . . . .	66
3.3.3	Czworokąty . . . . .	68
3.3.4	Okrąg i koło . . . . .	71

# Chapter 1

## Klasa I. Arytmetyka i geometria

Arytmetyka w klasie I obejmuje początkowe nauczanie liczenia, dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb naturalnych w zakresie do 100.

Tematy z geometrii w klasie I obejmują poznanie kształtów figur prostych, odcinek, trójkąta, prostokąta i okrągu.

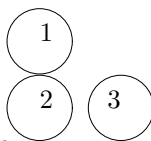
### 1.1 Arytmetyka. Uczymy się liczyć

Liczby

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

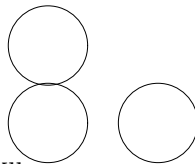
nazywamy cyframi. Z tych cyfr tworzymy wszystkie inne liczby większe od liczby 9.<sup>1</sup>

Policz kółeczka na rysunku

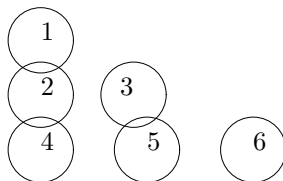


Razem liczymy jeden, dwa, trzy kółeczka

Napisz w kółeczkach liczby 1, 2, 3



Podobnie liczymy kółeczka na rysunku

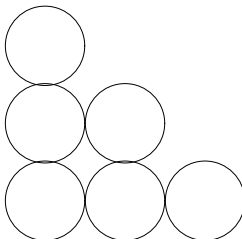


Liczmy razem jeden, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć kółeczek

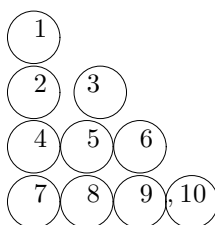
---

<sup>1</sup>Cyfry 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 są liczbami jednocyfrowymi

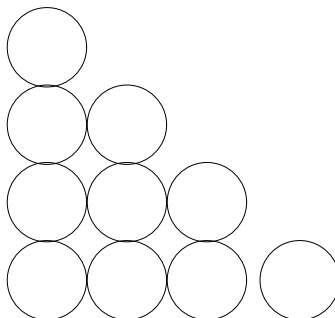
Napisz w kółeczkach liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6



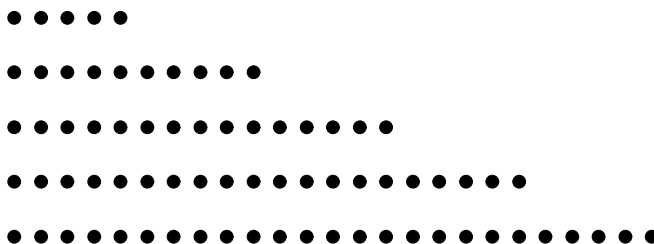
Podobnie liczymy kółeczka na rysunku



Liczymy razem jeden, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć, siedem, osiem, dziewięć, dziesięć kółeczek  
Napisz w kółeczkach liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10



Policz kropki w każdym wierszu i zapisz wynik z prawej strony



**Zadanie 1.1** *Policz wszystkie kropki na rysunku wyżej i zapisz wynik na marginesie prawym*

**Zadanie 1.2** *Ile jest razem kropek w pierwszym i drugim wierszu?*

**Zadanie 1.3** *Ile jest razem kropek w pierwszym, drugim i trzecim wierszu?*

**Zadanie 1.4** *W pierwszym wierszu jest 5 kropek. O ile więcej jest kropek w wierszu drugim*

**Zadanie 1.5** *W drugim wierszu jest 10 kropek. O ile więcej jest kropek w wierszu trzecim?*



### 1.1.1 Dodawanie liczb jednocyfrowych. Ćwiczenia

Operacji dodawania uczymy się na przykładach rozwiązując ćwiczenia i zadania.

**Ćwiczenie 1.1** *Do kolejnych liczb naturalnych*

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

*dodaj liczbę 1,*

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 2$$

$$2 + 1 = ?$$

$$3 + 1 = ?$$

$$4 + 1 = ?$$

$$5 + 1 = ?$$

$$6 + 1 = 7$$

$$7 + 1 = ?$$

$$8 + 1 = ?$$

$$9 + 1 = 10$$

**Ćwiczenie 1.2** *Do kolejnych liczb naturalnych*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

*dodaj liczbę 2,*

$$0 + 2 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 2 = ?$$

$$3 + 2 = ?$$

$$4 + 2 = ?$$

$$5 + 2 = ?$$

$$6 + 2 = 7$$

$$7 + 2 = ?$$

$$8 + 2 = ?$$

$$9 + 2 = 11$$

**Ćwiczenie 1.3** *Do kolejnych liczb naturalnych*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

*dodaj liczbę 3,*

$$1 + 3 = 4$$

$$2 + 3 = ?$$

$$3 + 3 = ?$$

$$4 + 3 = ?$$

$$5 + 3 = ?$$

$$6 + 3 = 7$$

$$7 + 3 = ?$$

$$8 + 3 = ?$$

$$9 + 3 = 12$$

**Ćwiczenie 1.4** *Oblicz sume liczby 5 i kolejnych liczb naturalnych,*

$$5 + 1 = 6$$

$$5 + 2 = ?$$

$$5 + 3 = ?$$

$$5 + 4 = ?$$

$$5 + 5 = ?$$

$$5 + 6 = ?$$

$$5 + 7 = 12$$

$$5 + 8 = ?$$

$$5 + 9 = ?$$

**Ćwiczenie 1.5** *Oblicz sume liczby 7 i kolejnych liczb naturalnych,*

$$7 + 1 = 9$$

$$7 + 3 = ?$$

$$7 + 4 = ?$$

$$7 + 5 = ?$$

$$7 + 6 = ?$$

$$7 + 7 = 14$$

$$7 + 8 = ?$$

$$7 + 9 = ?$$

**Ćwiczenie 1.6** *Oblicz sume*

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = ?$$

$$3 + 4 = ?$$

$$4 + 5 = ?$$

$$5 + 6 = 11$$

$$6 + 7 = ?$$

$$7 + 8 = ?$$

$$8 + 9 = ?$$

$$9 + 10 = ?$$

### 1.1.2 Odejmowanie liczb jednocyfrowych. Ćwiczenia

Podobnie jak dodawanie, małe liczby naturalne odejmujemy wykonując następujące ćwiczenia.

**Ćwiczenie 1.7** *Od kolejnych liczb naturalnych*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 19

*odejmij liczbę 1*

$$1 - 1 = 0$$

$$2 - 1 = ?$$

$$3 - 1 = ?$$

$$4 - 1 = ?$$

$$5 - 1 = ?$$

$$7 - 1 = 6$$

$$8 - 1 = ?$$

$$9 - 1 = ?$$

$$10 - 1 = 9$$

**Ćwiczenie 1.8** *Odejmij od kolejnych liczb naturalnych*

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

liczbę 2

$$\begin{aligned}
 2 - 2 &= ? \\
 3 - 2 &= 1 \\
 4 - 2 &= ? \\
 5 - 2 &= ? \\
 7 - 2 &= 5 \\
 8 - 2 &= ? \\
 9 - 2 &= ? \\
 10 - 2 &= 8
 \end{aligned}$$

**Ćwiczenie 1.9** *Od liczby 10 odejmij kolejne liczby naturalne*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

*Rozwi]cazanie.*

$$\begin{aligned}
 10 - 1 &= 9 \\
 10 - 2 &= ? \\
 10 - 3 &= ? \\
 10 - 4 &= 5 \\
 10 - 5 &= ? \\
 10 - 6 &= ? \\
 10 - 7 &= ? \\
 10 - 8 &= ? \\
 10 - 9 &= ?
 \end{aligned}$$

## 1.2 Suma liczb jednocyfrowych i liczb dwucyfrowych

Liczby dwucyfrowe

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

od 10 do 19 otrzymamy dodając do liczby 10 kolejne liczby naturalne. Wykonaj następane ćwiczenia

**Ćwiczenie 1.10** *Dataj do liczby 10 kolejne liczby naturalna*

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Rozwiązanie:

$$10 + 0 = 10$$

$$10 + 1 = ?$$

$$10 + 2 = ?$$

$$10 + 3 = ?$$

$$10 + 6 = ?$$

$$10 + 4 = 14$$

$$10 + 6 = ?$$

$$10 + 7 = 17$$

$$10 + 8 =$$

$$10 + 9 = ?$$

Podobnie, liczby dwucyfrowe

20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

od 20 do 30 otrzymamy dodając do liczby 10 kolejne liczby naturalne.

**Ćwiczenie 1.11** *Dataj do liczby 10 kolejne liczby naturalne*

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

$$20 + 0 = 10$$

$$20 + 1 = ?$$

$$20 + 2 = ?$$

$$20 + 3 = ?$$

$$20 + 6 = ?$$

$$20 + 4 = 14$$

$$20 + 6 = ?$$

$$20 + 7 = 17 ?$$

$$20 + 8 = 14$$

$$20 + 9 = ?$$

$$20 + 10 = 30$$

**Zadanie 1.6** *Dataj do liczby 30 kolejne liczby naturalne*

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

**Zadanie 1.7** *Dataj do liczby 10 kolejne liczby naturalne*

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

### 1.3 Różnica liczb dwucyfrowych i jednocyfrowych

Wykonaj następujące ćwiczenia.

**Ćwiczenie 1.12** *Od liczby 20 odejmij kolejne liczby naturalne*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

*Rozwiązanie.*

$$20 - 1 = 9$$

$$20 - 2 = ?$$

$$20 - 3 = ?$$

$$20 - 4 = 5$$

$$20 - 5 = ?$$

$$20 - 6 = ?$$

$$20 - 7 = ?$$

$$20 - 8 = ?$$

$$20 - 9 = ?$$

$$20 - 10 = ?$$

**Ćwiczenie 1.13** *Oblicz sumę lub różnicę liczb*

$$30 - 3 = 27$$

$$30 + 4 = ?$$

$$30 - 5 = ?$$

$$30 + 6 = 36$$

$$30 - 7 = ?$$

$$30 + 8 = ?$$

$$30 - 9 = ?$$

$$30 + 10 = 40$$

$$30 - 11 = ?$$

$$30 + 12 = ?$$

**Zadanie 1.8** *Od liczby 30 odejmij liczby naturalne*

11, 12, 19, 21, 23, 25, 27, 29

## 1.4 Proste wyrażenia arytmetyczne

<sup>2</sup> Obliczamy wartość prostych wyrażeń arytmetycznych z operacją dodawania lub odejmowania na liczbach jednocyfrowych i dwucyfrowych

**Ćwiczenie 1.14** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$\begin{aligned}
 \underbrace{1+2}_3+1 &= 3+1=4 \\
 \underbrace{2+3}_5+2 &= 5+2=7 \\
 \underbrace{3+4}_7+3 &= 7+\bigcirc=10 \\
 \underbrace{4+5}_9+4 &= 9+\bigcirc= \\
 \underbrace{5+6}_{11}+5 &= \bigcirc+5=16 \\
 \underbrace{6+7}_{13}+6 &= \bigcirc+6= \\
 \underbrace{7+8}_{15}+7 &= \bigcirc+7=22 \\
 \underbrace{8+9}_{17}+8 &= 17+\bigcirc= \\
 \underbrace{9+10}_{19}+9 &= 19+9=\bigcirc
 \end{aligned}$$

**Ćwiczenie 1.15** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$\begin{aligned}
 \underbrace{1+2}_3-1 &= 3-1=2 \\
 \underbrace{2+3}_5-2 &= 5-2=3 \\
 \underbrace{3+4}_7-3 &= 7-\bigcirc=4 \\
 \underbrace{4+5}_9-4 &= \bigcirc-4= \\
 \underbrace{5+6}_{11}-5 &= 11-5=\bigcirc \\
 \underbrace{6+7}_{13}-6 &= \bigcirc-6= \\
 \underbrace{7+8}_{15}-7 &= 15-\bigcirc=8 \\
 \underbrace{8+9}_{17}-8 &= 17-8=\bigcirc \\
 \underbrace{9+10}_{19}-9 &= 19-9=\bigcirc
 \end{aligned}$$

---

<sup>2</sup>Liczby połączone operacjami arytmetycznymi dodawania lub odejmowania lub mnożenia lub dzielenia nazywamy wyrażeniem arytmetycznym

**Zadanie 1.9** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$1 + 2 - 1 =$$

$$2 + 3 + 2 =$$

$$3 + 4 - 3 =$$

$$4 + 5 + 4 =$$

$$5 + 6 - 5 =$$

$$6 + 7 + 6 =$$

$$7 + 8 - 7 =$$

$$8 + 9 + 8 =$$

$$9 + 10 - 9 =$$

$$10 - 9 + 10 =$$

$$11 - 10 - 7 =$$

$$12 - 11 + 12 =$$

**Zadanie 1.10** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$31 + 12 - 1 =$$

$$32 + 13 - 2 =$$

$$33 + 14 - 3 =$$

$$34 + 15 - 4 =$$

$$35 + 16 - 5 =$$

$$36 + 17 - 6 =$$

$$37 + 18 - 7 =$$

$$38 + 19 - 8 =$$

$$39 + 20 - 9 =$$



**Ćwiczenie 1.16** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$41 + 12 - 1 =$$

$$42 + 13 - 2 =$$

$$43 + 14 - 3 =$$

$$44 + 15 - 4 =$$

$$45 + 16 - 5 =$$

$$46 + 17 - 6 =$$

$$47 + 18 - 7 =$$

$$48 + 19 - 8 =$$

$$49 + 20 - 9 =$$

**Zadanie 1.11** *Wypełnij tabliczkę dodawania*

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4							
2	3	4								
3	4									
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

#### 1.4.1 Pozycja cyfr w liczbach. Zapis dziesiętny

Liczby w systemie pozycyjnym dziesiętnym piszemy używając cyfr: <sup>3</sup>

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Pozycje cyfr w liczbie liczymy od prawej do lewej strony liczby.

Na przykład, liczba dwucyfrowa 12 ma cyfrę jedności 2 na pozycji pierwszej od prawej strony liczby 12, a cyfrę dziesiątek 1 na drugiej pozycji od prawej strony liczby 12, piszemy

$$12 = 1 * 10 + 2, \text{ cyfra dziesiątek } 1, \text{ cyfra jedności } 2,$$

<sup>3</sup>Cyfry 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 są jednocześnie liczbami jednocyfrowymi

inaczej, piszemy

$$12 = \underbrace{1}_{\text{cyfra dziesiątek}} * 10 + \underbrace{2}_{\text{cyfra jedności}} = 1 * 10 + 2.$$

Liczba 21 ma cyfrę jedności 1, a cyfrę dziesiątek 2, piszemy

$$21 = 2 * 10 + 1, \text{ cyfra dziesiątek } 2, \text{ cyfra jedności } 1,$$

inaczej, piszemy

$$21 = \underbrace{2}_{\text{cyfra dziesiątek}} * 10 + \underbrace{1}_{\text{cyfra jedności}} = 2 * 10 + 1.$$

Liczba 35 ma cyfrę jedności 5, a cyfrę dziesiątek 3, piszemy

$$35 = 3 * 10 + 5, \text{ cyfra dziesiątek } 3, \text{ cyfra jedności } 5,$$

inaczej, piszemy

$$35 = \underbrace{3}_{\text{cyfra dziesiątek}} * 10 + \underbrace{5}_{\text{cyfra jedności}} = 3 * 10 + 5.$$

**Ćwiczenie 1.17** Liczby dwucyfrowe od 10 do 20 piszemy w systemie pozycyjnym

$$10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.$$

Wartość liczb równa jest sumie liczby dziesiątek i jedności. Uzupełnij brakujące cyfry

10 = 10 + ○	15 = 10 + 5,
11 = 10 + 1,	16 = 10 + ○
12 = 10 + ○	17 = ○ + 7,
13 = ○ + 3,	18 = 10 + ○
14 = ○ + 4,	○ = 10 + 9
15 = ○ + 5,	○ = 10 + 10
16 = ○ + 6,	○ = 10 + 11
17 = ○ + 7,	○ = 10 + 12
18 = ○ + 8,	○ = 10 + 13
19 = ○ + 9,	○ = 10 + 14

**Ćwiczenie 1.18** Liczby od 20 do 35 piszemy w systemie pozycyjnym

20, 21, 22, 33, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35.

Wartość liczb dwucyfrowych równa jest sumie liczby dziesiątek i jedności. Uzupełnij brakujące cyfry

$$\begin{array}{ll}
 20 = 20 + 0, & 30 = 30 + 0, \\
 21 = \bigcirc + 1, & 31 = \bigcirc + 1, \\
 22 = 20 + \bigcirc & \bigcirc = 30 + 2, \\
 23 = 20 + \bigcirc & 33 = \bigcirc + 3, \\
 24 = 20 + 4, & 35 = 30 + \bigcirc
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 1.19** Podobnie liczby dwucyfrowe od 36 do 45 piszemy w systemie pozycyjnym

36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45.

Wartość liczb dwucyfrowe równa jest sumie dziesiątek i jedności. Niżej, napisz cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności liczb od 36 do 45. Uzupełnij brakujące cyfry

$$\begin{array}{ll}
 36 = 3 * 10 + 6, & \text{cyfra dziesiątek } 3, \text{ cyfra jedności } 6, \\
 37 = 3 * 10 + 7, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc \\
 38 = 3 * 10 + 8, & \text{cyfra dziesiątek } 3, \text{ cyfra jedności } 8, \\
 39 = 3 * 10 + 9, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc \\
 40 = 4 * 10 + 0, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc \\
 41 = 4 * 10 + 1, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } 1, \\
 42 = 4 * 10 + 2, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc \\
 43 = 4 * 10 + 3, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc \\
 44 = 4 * 10 + 4, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc \\
 45 = 4 * 10 + 5, & \text{cyfra dziesiątek } \bigcirc \text{ cyfra jedności } \bigcirc
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 1.20** Napisz liczby dwucyfrowe od 46 do 55

46, 47, 48, 49 50, 51, 52, 53, 54, 55

w postaci sumy 30+liczba jedności

$$\begin{array}{rcl}
 30+ & = & 31, & 30+ & = & 36 \\
 30+ & = & 32, & 30+ & = & 37 \\
 30+ & = & 33, & 30+ & = & 38 \\
 30+ & = & 34, & 30+ & = & 39 \\
 30+ & = & 35, & 30+ & = & 40
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 1.21** *Napisz liczby dwucyfrowe od 41 do 50*

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

w postaci sumy dziesiątki+liczba jedności

$$\begin{array}{rcl}
 40 + 1 & = & 41, & 40 + 6 & = & 46 \\
 + & = & 42, & + & = & 47 \\
 + & = & 43, & + & = & 48 \\
 + & = & 44, & + & = & 49 \\
 + & = & 45, & + & = & 50
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 1.22** *Liczby dwucyfrowe od 51 do 60*

51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60.

*Nижeј napisz liczby dwucyfrowe od 51 do 60 w postaci sumy  
liczba dziesiątek+liczba jedności.*

*Napisz składniki sumy według wzoru podanego w pierwszym wierszu*

$$\begin{array}{rcl}
 50 + 1 & = & 51, & 50 + 6 & = & 66 \\
 + & = & 52, & + & = & 57 \\
 + & = & 53, & + & = & 58 \\
 + & = & 54, & + & = & 59 \\
 + & = & 55, & + & = & 60
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 1.23** Dla każdej liczby dwucyfrowej od 61 do 70

61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70

podaj jej cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności według wzoru

W liczbie 61 cyfra dziesiątek 6, cyfra jedności 1

liczba	cyfra dziesiątek	cyfra jedności
61	6	1
62		2
62	6	
64		4
65	6	
66		
67		
68		
69		
70		

**Przykład 1.1** Dla każdej liczby dwucyfrowej od 71 do 80

71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

podaj jej cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności według wzoru

W liczbie 71 cyfra dziesiątek 7, cyfra jedności 1

liczba	cyfra dziesiątek	cyfra jedności
71	7	1
72		2
72	7	
74		4
75	7	
76		
77		
78		
79		
80		

**Przykład 1.2** Dla każdej liczby dwucyfrowej podaj jej cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności według wzoru

W liczbie 81 cyfra dziesiątek 8, cyfra jedności 1

liczba	cyfra dziesiątek	cyfra jedności
81	8	1
92	9	2
89		
87		
65		
36		
27		
98		
77		
99		

**Przykład 1.3** *Cyfry dziesiątek i cyfry jedności*

$$10 = 1 * 10 + 0 \text{ cyfra dziesiątek } 1; \text{ cyfra jedności } 0$$

$$15 = 1 * 10 + 5 \text{ cyfra dziesiątek } 1; \text{ cyfra jedności } 5$$

$$24 = 2 * 10 + 4 \text{ cyfra dziesiątek } 2; \text{ cyfra jedności } 4$$

$$36 = 3 * 10 + 6 \text{ cyfra dziesiątek } 3; \text{ cyfra jedności } 6$$

$$47 = 4 * 10 + 7 \text{ cyfra dziesiątek } 4; \text{ cyfra jedności } 7$$

$$55 = 5 * 10 + 5 \text{ cyfra dziesiątek } 5; \text{ cyfra jedności } 5$$

$$69 = 6 * 10 \text{ cyfra dziesiątek } 6; \text{ cyfra jedności } 9$$

$$73 = 7 * 10 \text{ cyfra dziesiątek } 7; \text{ cyfra jedności } 3$$

$$86 = 8 * 10 \text{ cyfra dziesiątek } 8; \text{ cyfra jedności } 6$$

$$98 = 9 * 10 + 8 \text{ cyfra dziesiątek } 9; \text{ cyfra jedności } 8$$

$$99 = 9 * 10 + 9 \text{ cyfra dziesiątek } 9; \text{ cyfra jedności } 9$$

**Zadanie 1.12** *Napisz liczbę dwucyfrową, która ma cyfrę jedności równą 7 i cyfrę dziesiątek równą 9*

**Zadanie 1.13** *Ile dziesiątek ma liczba 67? Ile jedności ma liczba 76?*

**Zadanie 1.14** *Napisz liczbę dwucyfrową, która ma cyfrę jedności i cyfrę dziesiątek tą samą równą 4*

**Zadanie 1.15** *Oblicz sumę*

$$65 + 8 =$$

$$71 + 9 =$$

$$93 + 6 =$$

$$3 + 85 =$$

$$26 + 7 =$$

$$32 + 9 =$$

**1.4.2 Mnożenie liczb jednocyfrowych**

Cyfry

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

są jednocześnie liczbami jednocyfrowymi.

Wynik mnożenia przez zero każdej liczby jest zawsze zero.

**Przykład 1.1**

$$0 * 0 = 0, \quad 0 * 1 = 0, \quad 0 * 2 = 0, \quad 0 * 3 = 0, \quad 0 * 4 = 0,$$

$$0 * 5 = 0, \quad 0 * 6 = 0, \quad 0 * 7 = 0, \quad 0 * 8 = 0, \quad 0 * 9 = 0$$

Wynik mnożenia przez jeden każdej liczby jest zawsze ta sama liczba

**Przykład 1.2**

$$1 * 1 = 1, \quad 1 * 2 = 2, \quad 1 * 3 = 3, \quad 1 * 4 = 4, \quad 1 * 5 = 5,$$

$$1 * 6 = 6, \quad 1 * 7 = 7, \quad 1 * 8 = 8, \quad 1 * 9 = 9, \quad 1 * 10 = 10$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 2 równy jest dwukrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.3** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$2 * 1 = \underbrace{1 + 1}_2 = 2,$$

$$2 * 2 = \underbrace{2 + 2}_2 = 4,$$

$$2 * 3 = \underbrace{3 + 3}_2 = \bigcirc$$

$$2 * 4 = \underbrace{4 + 4}_2 = 8,$$

$$2 * 5 = \underbrace{5 + 5}_2 = \bigcirc$$

$$2 * 6 = \underbrace{6 + 6}_2 = 12,$$

$$2 * 7 = \underbrace{7 + 7}_2 = \bigcirc$$

$$2 * 8 = \underbrace{8 + 8}_2 = 16,$$

$$2 * 9 = \underbrace{9 + 9}_2 = \bigcirc$$

$$2 * 10 = \underbrace{10 + 10}_2 = 20$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 2 równy jest dwukrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.4** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$3 * 1 = \underbrace{1 + 1 + 1}_3 = 3,$$

$$3 * 2 = \underbrace{2 + 2 + 2}_3 = 6,$$

$$3 * 3 = \underbrace{3 + 3 + 3}_3 = \bigcirc$$

$$3 * 4 = \underbrace{4 + 4 + 4}_3 = \bigcirc$$

$$3 * 5 = \underbrace{5 + 5 + 5}_3 = 15,$$

$$3 * 6 = \underbrace{6 + 6 + 6}_3 = \bigcirc$$

$$3 * 7 = \underbrace{7 + 7 + 7}_3 = 21,$$

$$3 * 8 = \underbrace{8 + 8 + 8}_3 = \bigcirc$$

$$3 * 9 = \underbrace{9 + 9 + 9}_3 = \bigcirc$$

$$3 * 10 = \underbrace{10 + 10 + 10}_3 = \bigcirc$$



Wynik mnożenia każdej liczby przez 4 równy jest czterokrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.5** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$\begin{aligned}
 4 * 1 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1}_4 = 4, \\
 4 * 2 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + 2}_4 = \bigcirc \\
 4 * 3 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + 3}_4 = 12, \\
 4 * 4 &= \underbrace{4 + 4 + 4 + 4}_4 = \bigcirc \\
 4 * 5 &= \underbrace{5 + 5 + 5 + 5}_4 = 20, \\
 4 * 6 &= \underbrace{6 + 6 + 6 + 6}_4 = \bigcirc \\
 4 * 7 &= \underbrace{7 + 7 + 7 + 7}_4 = 28, \\
 4 * 8 &= \underbrace{8 + 8 + 8 + 8}_4 = \bigcirc \\
 4 * 9 &= \underbrace{9 + 9 + 9 + 9}_4 = 36, \\
 4 * 10 &= \underbrace{10 + 10 + 10 + 10}_4 = \bigcirc
 \end{aligned}$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 5 równy jest pięciokrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.6** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$\begin{aligned}
5 * 1 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1}_5 = 5, \\
5 * 2 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2}_5 = \bigcirc \\
5 * 3 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3}_5 = 15, \\
5 * 4 &= \underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4}_5 = \bigcirc \\
5 * 5 &= \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5}_5 = 25, \\
5 * 6 &= \underbrace{6 + 6 + 6 + 6 + 6}_5 = \bigcirc \\
5 * 7 &= \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7}_5 = 35, \\
5 * 8 &= \underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + 8}_5 = \bigcirc \\
5 * 9 &= \underbrace{9 + 9 + 9 + 9 + 9}_5 = 45, \\
5 * 10 &= \underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10}_5 = \bigcirc
\end{aligned}$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 5 równy jest pięciokrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.7** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$\begin{aligned}
6 * 1 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}_6 = 6, \\
6 * 2 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2}_6 = \bigcirc \\
6 * 3 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}_6 = 18, \\
6 * 4 &= \underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_6 = \bigcirc \\
6 * 5 &= \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_6 = 30, \\
6 * 6 &= \underbrace{6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6}_6 = \bigcirc \\
6 * 7 &= \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_6 = 42, \\
6 * 8 &= \underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}_6 = \bigcirc \\
6 * 9 &= \underbrace{9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9}_6 = 54, \\
6 * 10 &= \underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}_6 = 60
\end{aligned}$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 6 równy jest sześciokrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.8** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$\begin{aligned}
7 * 1 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}_{7} = 7, \\
7 * 2 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2}_{7} = 14, \\
7 * 3 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}_{7} = \bigcirc \\
7 * 4 &= \underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{7} = 28, \\
7 * 5 &= \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{7} = 35, \\
7 * 6 &= \underbrace{6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6}_{7} = \bigcirc \\
7 * 7 &= \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{7} = 49, \\
7 * 8 &= \underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}_{7} = 56, \\
7 * 9 &= \underbrace{9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9}_{7} = \bigcirc \\
7 * 10 &= \underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}_{7} = 70
\end{aligned}$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 8 równy jest ośmiokrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.9**

$$\begin{aligned}
8 * 1 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}_{8} = 8, \\
8 * 2 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2}_{8} = 16, \\
8 * 3 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}_{8} = 24, \\
8 * 4 &= \underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{8} = 32, \\
8 * 5 &= \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{8} = 40, \\
8 * 6 &= \underbrace{6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6}_{8} = 48, \\
8 * 7 &= \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{8} = 56, \\
8 * 8 &= \underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}_{8} = 64, \\
8 * 9 &= \underbrace{9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9}_{8} = 72, \\
8 * 10 &= \underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}_{8} = 80
\end{aligned}$$

Wynik mnożenia każdej liczby przez 9 równy jest dziewięciokrotnym dodaniu tej liczby do siebie

**Przykład 1.10** *Uzupełnij wynik mnożenia*

$$\begin{aligned}
 9 * 1 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}_9 = 9, \\
 9 * 2 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2}_9 = \bigcirc \\
 9 * 3 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}_9 = 27, \\
 9 * 4 &= \underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_9 = \bigcirc \\
 9 * 5 &= \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_9 = 45, \\
 9 * 6 &= \underbrace{6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6}_9 = \bigcirc \\
 9 * 7 &= \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_9 = 63, \\
 9 * 8 &= \underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}_9 = \bigcirc \\
 9 * 9 &= \underbrace{9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9}_9 = 81, \\
 9 * 10 &= \underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}_9 = \bigcirc \\
 9 * 11 &= \underbrace{11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11}_9 = \bigcirc
 \end{aligned}$$

### 1.4.3 Tabliczka mnożenia

Wyniki mnożenia liczb jednocyfrowych

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

piszemy w formie tabliczki mnożenia łatwej do zapamiętania

**Zadanie 1.16** *Wypełnij tabliczkę mnożenia*

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3							
2	2	4	6							
3	3	6	9							
4										
5										
6										
7										
8								64	72	80
9								72	81	90
10								80	90	100

#### 1.4.4 Dzielenie liczb przez liczby jednocyfrowe

##### Liczby parzyste

Liczby jednocyfrowe

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

składają się z liczb parzystych

0, 2, 4, 6, 8

i z liczb nieparzystych

1, 3, 5, 7, 9

Każda liczba parzysta kończy się cyfrą parzystą. To znaczy, że jej cyfra jedności jest liczbą parzystą.

Na przykład liczby parzyste dwucyfrowe

10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

kończą się cyframi jedności

0, 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, 6, 8, 0

Każda liczba nieparzysta kończą się cyfrą nieparzystą. Na przykład liczby nieparzyste dwucyfrowe

11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31

kończą się cyframi jedności

1, 3, 5, 7, 9, 1, 3, 5, 7, 9, 1

Liczby parzyste dzielą się przez liczbę 2

##### Przykład 1.4

$$\begin{array}{rcl}
 0 : 2 & = & 0, \quad 12 : 2 = 6 \\
 2 : 2 & = & 1, \quad 14 : 2 = 7 \\
 4 : 2 & = & 2, \quad 16 : 2 = 8 \\
 6 : 2 & = & 3, \quad 18 : 2 = 9 \\
 8 : 2 & = & 4, \quad 20 : 2 = 10 \\
 10 : 2 & = & 5, \quad 22 : 2 = 11
 \end{array}$$

Dzielenie jest operacją odwrotną do mnożenia. Uczymy się dzielić wzorując się na przykładach

**Zadanie 1.17** *Sprawdź wynik dzielenie przez mnożenie*

$$12 : 2 = 6, \quad \text{bo } 2 * 6 = 12$$

$$14 : 2 = 7, \quad \text{bo } 2 * 7 =$$

$$16 : 2 = 8, \quad \text{bo } 2 * 8 =$$

$$18 : 2 = 9, \quad \text{bo } 2 * 9 =$$

$$20 : 2 = 10, \quad \text{bo } 2 * 10 =$$

**Zadanie 1.18** *Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenie przez mnożenie wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka*

$$8 : 2 = \quad , \quad \text{bo } 2 * \bigcirc = 8$$

$$10 : 2 = \quad , \quad \text{bo } 2 * \bigcirc = 10$$

$$8 : 4 = \quad , \quad \text{bo } 2 * \bigcirc = 8$$

$$12 : 3 = \quad , \quad \text{bo } 3 * \bigcirc = 12$$

$$22 : 2 = \quad , \quad \text{bo } 2 * \bigcirc = 11$$

**Zadanie 1.19** *Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenia przez mnożenie wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka*

$$24 : 2 = \quad , \quad \text{bo } 2 * \bigcirc = 24$$

$$12 : 3 = \quad , \quad \text{bo } 3 * \bigcirc = 12$$

$$16 : 4 = \quad , \quad \text{bo } 4 * \bigcirc = 16$$

$$36 : 6 = \quad , \quad \text{bo } 6 * \bigcirc = 36$$

$$49 : 7 = \quad , \quad \text{bo } 7 * \bigcirc = 49$$

**Zadanie 1.20** *Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenia przez mnożenie wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka*

$$44 : 4 = \quad , \quad \text{bo } 4 * \bigcirc = 44$$

$$52 : 4 = \quad , \quad \text{bo } 4 * \bigcirc = 52$$

$$45 : 5 = \quad , \quad \text{bo } 5 * \bigcirc = 45$$

$$48 : 6 = \quad , \quad \text{bo } 6 * \bigcirc = 48$$

$$56 : 7 = \quad , \quad \text{bo } 7 * \bigcirc = 56$$

**Zadanie 1.21** Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenia przez mnożenie wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka

$$64 : 8 = \quad , \text{ bo } 8 * \bigcirc = 64$$

$$65 : 5 = \quad , \text{ bo } 5 * \bigcirc = 65$$

$$66 : 6 = \quad , \text{ bo } 6 * \bigcirc = 66$$

$$63 : 3 = \quad , \text{ bo } 3 * \bigcirc = 63$$

$$63 : 7 = \quad , \text{ bo } 7 * \bigcirc = 63$$

**Zadanie 1.22** Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenia przez mnożenie wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka

$$72 : 9 = \quad , \text{ bo } 9 * \bigcirc = 72$$

$$75 : 3 = \quad , \text{ bo } 3 * \bigcirc = 75$$

$$76 : 4 = \quad , \text{ bo } 4 * \bigcirc = 76$$

$$77 : 7 = \quad , \text{ bo } 7 * \bigcirc = 77$$

$$78 : 3 = \quad , \text{ bo } 7 * \bigcirc = 78$$

**Zadanie 1.23** Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenia przez mnożenie wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka

$$80 : 5 = \quad , \text{ bo } 5 * \bigcirc = 80$$

$$81 : 9 = \quad , \text{ bo } 9 * \bigcirc = 81$$

$$82 : 2 = \quad , \text{ bo } 2 * \bigcirc = 82$$

$$85 : 5 = \quad , \text{ bo } 5 * \bigcirc = 85$$

$$90 : 9 = \quad , \text{ bo } 9 * \bigcirc = 90$$

**Zadanie 1.24** Wykonaj dzielenie. Sprawdź wynik dzielenia przez mnożenie

*wpisując odpowiednią liczbę do kółeczka*

$$92 : 4 = \quad , \text{ bo } 4 * \bigcirc = 92$$

$$95 : 5 = \quad , \text{ bo } 5 * \bigcirc = 95$$

$$99 : 9 = \quad , \text{ bo } 9 * \bigcirc = 99$$

$$98 : 7 = \quad , \text{ bo } 7 * \bigcirc = 98$$

$$100 : 4 = \quad , \text{ bo } 4 * \bigcirc = 100$$

## 1.5 Geometria. Figury Proste

W zakresie geometrii, uczniowie klasy I poznają figury geometryczne, odcinek, okrąg, koło, trójkąt i prostokąt w rysunkach, posługując się linijką i cyrklem.

### 1.5.1 Prosta i odcinek

**Zadanie 1.25** *Narysuj linie prostą równoległą do prostej niżej na rysunku*



**Zadanie 1.26** *Narysuj drugi odcinek równy odcinkowi na rysunku*



**Zadanie 1.27** *Niżej na linii prostej, zaznacz odcinek dwa razy dłuższy od wskazanego odcinka na rysunku*



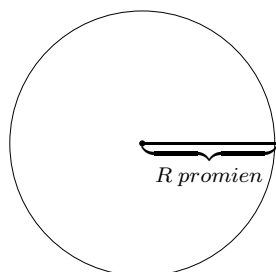
**Zadanie 1.28** *Niżej na linii prostej, zaznacz odcinek dwa razy krótszy od wskazanego odcinka na rysunku*



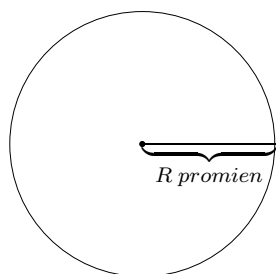


### 1.5.2 Okrąg i koło

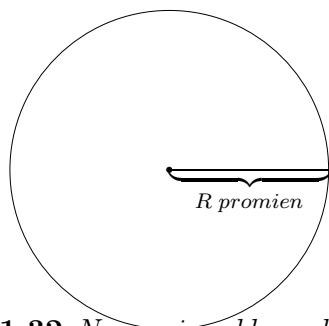
**Zadanie 1.29** *Narysuj cyrklem drugi okrąg równy okręgowi na rysunku*



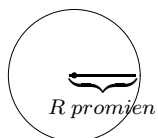
**Zadanie 1.30** *Zaznacz kredką na rysunku środek okręgu, promień okręgu i obwód okręgu*



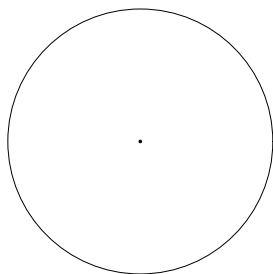
**Zadanie 1.31** *Narysuj cyrklem okrąg o promieniu dwa razy mniejszym od okręgu na rysunku*



**Zadanie 1.32** *Narysuj cyrklem okrąg o promieniu dwa razy większym od okręgu na rysunku*

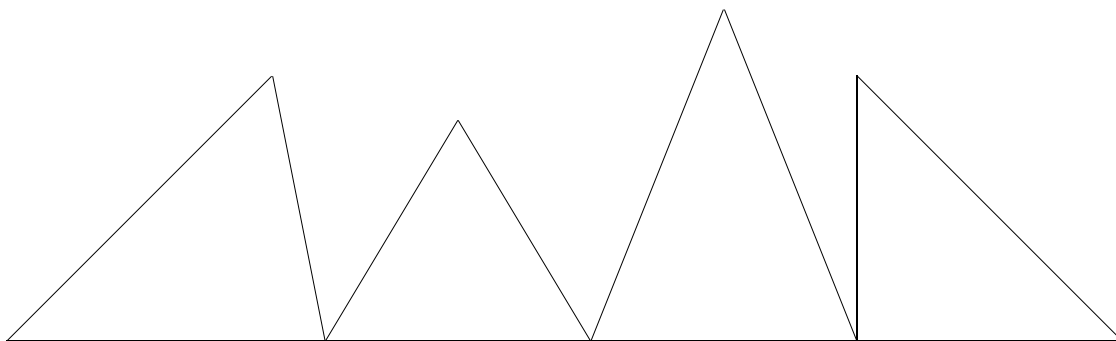


**Zadanie 1.33** *Wnętrze okręgu nazywamy kołem. Zakreśl kredką koło na rysunku*

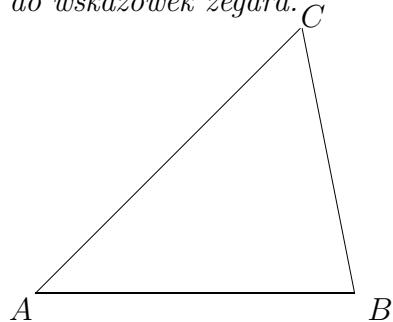


### 1.5.3 Trójkąty

Poznaj na rysunkach trójkąty: trójkąt o różnych bokach i o różnych kątach, trójkąt równoboczny, trójkąt równoramienny, trójkąt prostokątny.

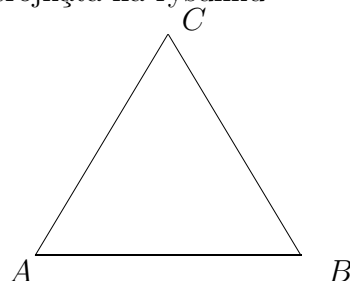


**Przykład 1.5** Wierzchołki trójkąta  $\triangle ABC$  oznaczamy literami  $A, B, C$  w przeciwnym kierunku do wskazówek zegara.



Trójkąt o różnych bokach i o różnych kątach

**Trójkąt równoboczny**  $\triangle ABC$  ma wszystkie boki równe i kąty też równe. Zmierz boki i kąty trójkąta na rysunku



długość boku  $|AB| =$

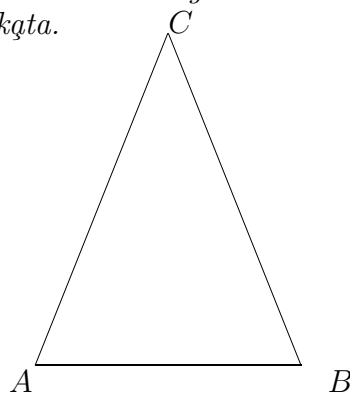
długość boku  $|BC| =$

długość boku  $|AC| =$

Trójkąt równoboczny  $\triangle ABC$

**Trójkąt równoramienny**

**Zadanie 1.34** Narysuj trójkąt równoramienny  $\triangle DEF$  o bokach dwa razy mniejszych od boków trójkąta równoramiennego  $\triangle ABC$  używając cyrkla i linijki. Zmierz boki i kąty tego trójkąta.



długość boku  $|AB| =$

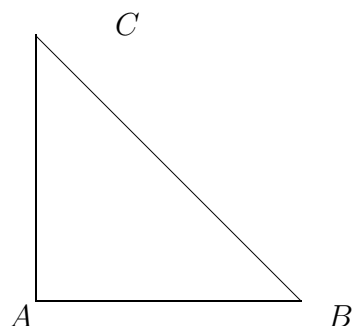
długość boku  $|BC| =$

długość boku  $|AC| =$

Trójkąt równoramienny  $ABC$

### Trójkąt prostokątny

**Zadanie 1.35** *Narysuj trójkąt prostokątny  $DEF$  o bokach dwa razy mniejszych od boków trójkąta prostokątnego  $ABC$  używając cyrkla i linijki. Zmierz boki i kąty tego trójkąta i oblicz sumę kątów. Wyniki pomiarów napisz niżej pod rysunkiem.*



długość boku  $|AB| =$

długość boku  $|BC| =$

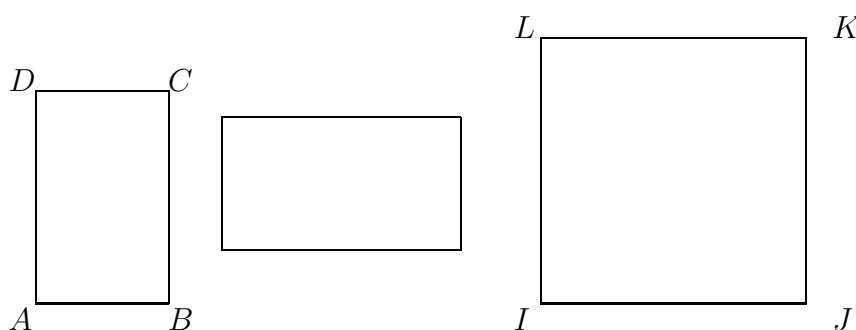
długość boku  $|AC| =$

*Trójkąt prostokątny  $ABC$*

### 1.5.4 Prostokąty

Każdy prostokąt ma cztery boki parami równe i cztery kąty proste równe  $90^\circ$ . Wierzchołki prostokąta oznaczamy dużymi literami w kolejności przeciwnej do ruchu wskazówek zegara.

Oznacz wierzchołki drugiego prostokąta literami  $E, F, G, H$ .



### 1.5.5 Ćwiczenia

#### Ćwiczenie 1.24 .

- (i) Zmierz boki prostokąta  $ABCD$  i oblicz sumę długości jego boków.
- <sup>4</sup> (ii) Zmierz boki prostokąta  $EFGH$  i oblicz sumę długości jego boków.
- (iii) Zmierz boki prostokąta  $IJKL$  i oblicz sumę długości jego boków.

<sup>4</sup>Długość odcinka  $[A, B]$  oznaczamy symbolem  $|AB|$

**Zadanie 1.36** *Narysuj przy pomocy linijki i kątomierza prostokąt  $ABCD$  o długości boku  $|AB| = 5\text{cm}$  i szerokości boku  $|BC| = 4\text{cm}$ .*

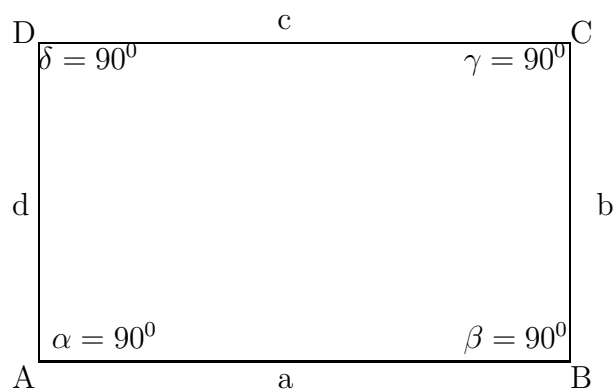
**Zadanie 1.37** *Zmierz boki i kąty prostokąta. Oblicz sumę obwód i sumę kątów prostokąta.*

$$|AB| = \quad , |BC| = \quad , |CD| = \quad , |DA| =$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad , \delta =$$

$$\text{Obwód} = |AB| + |BC| + |CD| + |DA| =$$

$$\text{Suma} = \alpha + \beta + \gamma + \delta =$$





## Chapter 2

# Klasa II. Arytmetyka i geometria

Arytmetyka w klasie II obejmuje tematy z zakresu operacji dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia na liczbach małych naturalnych jednocyfrowych i dwucyfrowych.<sup>1</sup>

W zakresie geometrii, tematy obejmują położenie prostych na płaszczyźnie, proste równoległe, proste prostopadłe. własności figur płaskich trójkątów, czworokątów i okręgów,

### 2.1 Arytmetyka.

Powtórzenie tematów z klasy I: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie w zakresie małych liczb naturalnych,

#### 2.1.1 Dodawanie i odejmowanie małych liczb naturalnych

W tym paragrafie są opracowane ćwiczenia z zakresu operacji dodawania i odejmowania z wykorzystaniem kolejności wykonywanych operacji

---

<sup>1</sup>Liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe nazywamy tutaj liczbami małymi.





**Zadanie 2.2** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$31 + 12 - 10 =$$

$$32 + 13 - 11 =$$

$$33 + 14 - 12 =$$

$$34 + 15 - 13 =$$

$$35 + 16 - 14 =$$

$$36 + 17 - 15 =$$

$$37 + 18 - 15 =$$

$$38 + 19 - 17 =$$

$$39 + 20 - 19 =$$

**Ćwiczenie 2.3** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$41 + 22 - 1 =$$

$$42 + 23 - 2 =$$

$$43 + 24 - 3 =$$

$$44 + 25 - 4 =$$

$$45 + 26 - 5 =$$

$$46 + 27 - 6 =$$

$$47 + 28 - 7 =$$

$$48 + 29 - 8 =$$

$$49 - 30 - 9 =$$

### 2.1.3 Mnożenie małych liczb naturalnych

W operacji mnożenia liczb wyróżniamy czynniki mnożną, mnożnik i wynik mnożenia iloczyn.

Na przykład mnożąc liczbę 12 przez liczbę 3 wyróżniamy czynniki 12 i 3 oraz iloczyn 36

$$\underbrace{12}_{\text{mnożna}} * \underbrace{3}_{\text{mnożnik}} = \underbrace{36}_{\text{iloczyn}}$$

Liczby naturalne w zakresie od 0 do 100 mnożymy przez liczby jednocyfrowe korzystając z rozdzielenia operacji mnożenia względem dodawania  
Na przykład

$$3 * \underbrace{15}_{10+5} = 3 * \underbrace{(10 + 5)}_{15} = 3 * 10 + 3 * 5 = 30 + 15 = 45$$

**Ćwiczenie 2.4** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$\begin{aligned} 1 * \underbrace{12}_{1+2} &= 1 * \underbrace{(10 + 2)}_{12} = 1 * 10 + 1 * 2 = 10 + 2 = 12 \\ 2 * \underbrace{13}_{10+3} &= 2 * \underbrace{(10 + 3)}_{13} = 2 * 10 + 2 * 3 = 20 + 6 = 26 \\ 3 * \underbrace{14}_{1+4} &= 3 * 10 + 3 * 4 = &= &= \\ 4 * \underbrace{15}_{10+5} &= 4 * 10 + 4 * 5 = &= &= \\ 5 * \underbrace{16}_{10+6} &= 5 * 10 + 5 * 5 = &= &= \\ 6 * \underbrace{17}_{10+7} &= 6 * 10 + 6 * 7 = &= &= 102 \\ 7 * \underbrace{18}_{10+8} &= 7 * 10 + 7 * 8 = &= &= \\ 8 * \underbrace{19}_{10+9} &= 8 * 10 + 8 * 9 = &= &= \\ 9 * \underbrace{20}_{10+10} &= 8 * 10 + 8 * 10 = &= &= \end{aligned}$$

**Ćwiczenie 2.5** *Wpisz brakujące liczby*

$$\begin{aligned} 24 * \bigcirc &= 72, \\ \bigcirc * 3 &= 75, \\ 36 * \bigcirc &= 144, \\ 48 * \bigcirc &= 240, \\ \bigcirc * 7 &= 140, \\ 63 * \bigcirc &= 315, \\ \bigcirc * 9 &= 189, \\ 61 * \bigcirc &= 61, \\ \bigcirc * 9 &= 0 \end{aligned}$$

### 2.1.4 Dzielenie małych liczb naturalnych

W operacji dzielenia liczb wyróżniamy dzielną i dzielnik oraz wynik dzielenia iloraz.

Na przykład dzieląc liczbę 12 przez liczbę 3 wyróżniamy dzielną 12 i dzielnik 3 oraz iloraz 4

$$\underbrace{12}_{\text{dzielną}} : \underbrace{3}_{\text{dzielnik}} = \underbrace{4}_{\text{iloraz}}$$

Liczby naturalne w zakresie od 0 do 100 dzielimy przez liczby jednocyfrowe korzystając z mnożenia jako operacji odwrotnej do dzielenia.

Na przykład

$$12 : 3 = 4, \quad \text{bo } 3 * 4 = 12$$

$$25 : 5 = 5, \quad \text{bo } 5 * 5 = 25$$

$$32 : 8 = 4, \quad \text{bo } 8 * 4 = 32$$

$$45 : 9 = 5, \quad \text{bo } 9 * 5 = 45$$

$$56 : 7 = 8, \quad \text{bo } 7 * 8 = 56$$

$$63 : 9 = 7, \quad \text{bo } 7 * 9 = 63$$

$$72 : 8 = 9, \quad \text{bo } 8 * 9 = 72$$

$$81 : 9 = 9, \quad \text{bo } 9 * 9 = 81$$

**Ćwiczenie 2.6** Wykonaj dzielenie i sprawdź wynik

$$24 : 3 = 8, \quad \text{bo } 3 * 8 = 24$$

$$27 : 9 = \quad \text{bo}$$

$$36 : 6 = \quad \text{bo}$$

$$48 : 8 = \quad \text{bo}$$

$$49 : 7 = \quad \text{bo}$$

$$63 : 7 = \quad \text{bo}$$

$$72 : 9 = \quad \text{bo}$$

$$80 : 10 \quad \text{bo}$$

**Ćwiczenie 2.7** Wpisz brakujące liczby

$$24 : \bigcirc = 3,$$

$$\bigcirc : 3 = 9,$$

$$36 : \bigcirc = 4,$$

$$48 : \bigcirc = 6,$$

$$\bigcirc : 7 = 7,$$

$$63 : \bigcirc = 21,$$

$$\bigcirc : 9 = 8$$

### 2.1.5 Kolejność wykonywania operacji arytmetycznych

Oblicz wartość wyrażenia aając wartość wyrażenia arytmetycznego należy zachować kolejność wykonywanych operacji arytmetycznych.

pierwsze mnożenie \*

drugie dzielenie :

trzecie dodawanie +

czwarte odejmowanie -

**Ćwiczenie 2.8** Oblicz wartość wyrażenia wartość wyrażenia arytmetycznego wykonując w kolejności operacje arytmetyczne

$$4 * 3 + 5 * 2 + 6 * 3 - 8 : 2$$

Rozwiązanie:

W pierwszej kolejności wykonujemy mnożenie i dzielenie, następnie dodawanie i odejmowanie

$$\underbrace{4 * 3}_{12} + \underbrace{5 * 2}_{10} + \underbrace{6 * 3}_{18} - \underbrace{8 : 2}_4 = \overbrace{12}^{3*4} + \overbrace{10}^{5*2} + \overbrace{18}^{3*6} - \overbrace{4}^{8:2} = 36$$

**Ćwiczenie 2.9** Oblicz wartość wyrażenia wartość wyrażenia arytmetycznego wykonując w kolejności operacje arytmetyczne

$$6 : 3 + 4 * 2 - 8 : 2 - 3 * 4$$

Rozwiązanie:

W pierwszej kolejności wykonujemy mnożenie i dzielenie, następnie dodawanie i odejmowanie

$$\underbrace{6 : 3}_2 + \underbrace{4 * 2}_8 - \underbrace{8 : 2}_4 - \underbrace{3 * 4}_{12} = 2 + 8 - 4 - 12 = 12$$

**Ćwiczenie 2.10** *Oblicz wartość wyrażenia*

$$2 * 3 + 3 * 4 = 6 + 12 = 18$$

$$4 * 2 + 2 * 3 =$$

$$5 * 3 + 3 * 4 =$$

$$6 * 4 + 4 * 5 =$$

$$7 * 5 + 5 * 6 - 5 = 35 + 30 - 5 = 65 - 5 = 60$$

$$8 * 6 + 6 * 7 - 6 =$$

$$9 * 7 + 7 * 8 - 7 =$$

$$10 * 8 + 8 * 9 - 8 =$$

$$11 * 9 - 9 * 10 - 9 =$$

**Ćwiczenie 2.11** *Oblicz wartość wyrażenia*

$$\begin{array}{l}
 1 * \underbrace{12}_{1+2} = 1 * \underbrace{(10 + 2)}_{12} = 1 * 10 + 1 * 2 = 10 + 2 = 12 \\
 2 * \underbrace{13}_{10+3} = 2 * \underbrace{(10 + 3)}_{13} = 2 * 10 + 2 * 3 = 20 + 6 = 26 \\
 3 * \underbrace{14}_{1+4} = 3 * 10 + 3 * 4 = \quad = \quad = \\
 4 * \underbrace{15}_{10+5} = 4 * 10 + 4 * 5 = \quad = \quad = \\
 5 * \underbrace{16}_{10+6} = 5 * 10 + 5 * 5 = \quad = \quad = \\
 6 * \underbrace{17}_{10+7} = 6 * 10 + 6 * 7 = \quad = \quad = 102 \\
 7 * \underbrace{18}_{10+8} = 7 * 10 + 7 * 8 = \quad = \quad = \\
 8 * \underbrace{19}_{10+9} = 8 * 10 + 8 * 9 = \quad = \quad =
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 2.12** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$10 * 3 : 5 + 20 * 3 : 4 = 30 : 5 + 60 : 4 = 6 + 15 = 21$$

$$10 * 4 : 8 + 20 * 4 : 2 =$$

$$20 * 3 : 5 + 30 * 2 : 6 =$$

$$20 * 4 : 8 + 30 * 3 : 9 =$$

$$7 * 5 + 5 * 6 - 5 = 35 + 30 - 5 = 65 - 5 = 60$$

$$8 * 6 : 4 + 6 * 7 : 3 - 6 =$$

$$9 * 7 : 3 + 7 * 8 : 2 - 7 =$$

**Wyrażenia arytmetyczne z nawiasami.** Najpierw, zgodnie z kolejnością arytmetycznych operacji, Oblicz wartość wyrażeniaamy wyrażenia w nawiasach. Po Oblicz wartość wyrażeniaaeniu wyrażień w nawiasach wykonujemy pozostałe operacje.

Na przykład w wyrażeniu arytmetycznym

$$(15 + 5) * 2 - 3 * (12 - 6) : 2$$

najpierw Oblicz wartość wyrażeniaamy wyrażenia w nawiasach

$$\underbrace{(15 + 5)}_{20} * 2 - 3 * \underbrace{(12 - 6)}_9 : 2 = 20 * 2 - 3 * 6$$

Następnie Oblicz wartość wyrażeniaamy wartość wyrażenia bez nawiasów

$$20 * 2 - 3 * 6 = 40 - 18 = 22.$$

**Ćwiczenie 2.13** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego z nawiasami*

$$3 * (4 - 2) + 2 * (9 - 3) = 3 * 2 + 2 * 6 = 6 + 12 = 18$$

$$4 * (6 - 2) + 3 * (8 - 3) =$$

$$2 * (12 - 6) : (10 - 8) =$$

$$5 * (6 - 2) - (15 - 3) : (10 - 8) =$$

**Zadanie 2.3** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$(8 - 5) + (9 - 4) =$$

$$(9 - 4) * (8 - 5) =$$

$$(16 - 8) : (10 - 8) =$$

$$(18 - 12) * (10 - 8) : (10 - 7) =$$

**Zadanie 2.4** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$2 * (24 - 12) + 3 * (16 - 12) = 2 * 12 + 3 * 4$$

$$= 24 + 12 = 36$$

$$3 * (56 - 46) - 2 * (8 - 5) = 3 * 6 - 2 * 3$$

$$4 * (82 - 76) : (10 - 7) - 3 * (14 - 6) : 2 =$$

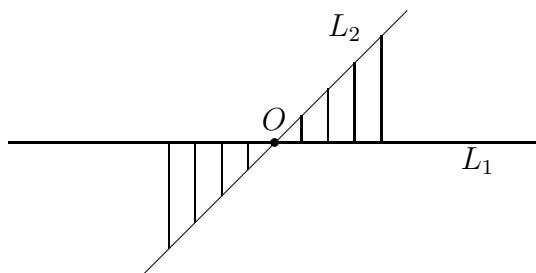
$$(98 - 88) * (8 - 7) : (10 - 8) + (15 + 6) : 3 =$$

## 2.2 Geometria

W zakresie geometrii uczniowie klasy II-iej poznają podstawowe własności figur prostych: odcinek, proste równoległe i proste prostopadłe, trójkąty, czworokąty, okrąg i koło.

Punkt, prosta i płaszczyzna to są pojęcia pierwotne, których nie definiujemy. Na rysunkach są pokazane punkt i linia prosta, dwie proste przecinające się, dwie proste równoległe i dwie proste prostopadłe

**Proste na płaszczyźnie** Rozpatrzmy dwie proste  $L_1$  i  $L_2$  przecinające się w punkcie  $O$

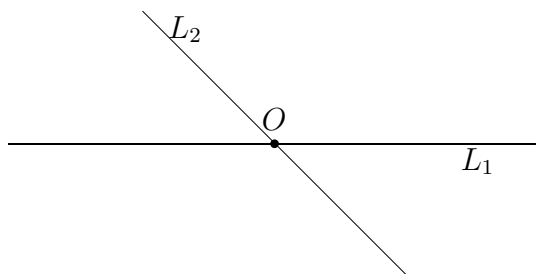


Dwie linie proste  $L_1$  i  $L_2$  przecinają się w punkcie  $O$

Dwa kąty ostre zakreskowane pomiędzy prostymi  $L_1$  i  $L_2$  o wspólnym wierzchołku w punkcie  $O$  są równe. Te kąty zakreskowane nazywamy *kątami wierzchołkowymi ostrymi*.

Dwa pozostałe kąty rozwarte pomiędzy prostymi  $L_1$  i  $L_2$  o wspólnym wierzchołku w punkcie  $O$  są też równe. Te kąty nie zakreskowane rozwarte nazywamy *kątami wierzchołkowymi rozwartymi*.

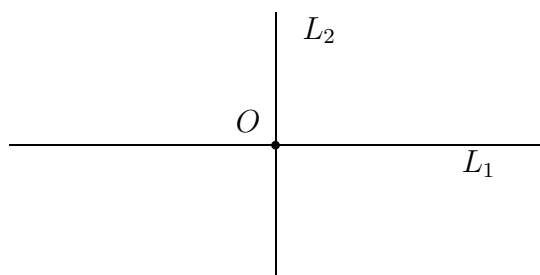
**Zadanie 2.5** Na rysunku są podane dwie proste  $L_1$  i  $L_2$  przecinające się w punkcie  $O$ . Zaznacz kolorem czerwonym kąty wierzchołkowe ostre, a kolorem zielonym kąty wierzchołkowe rozwarte. Zmierz kątomierzem kąty wierzchołkowe ostre i kąty wierzchołkowe rozwarte. Zapisz wynik pomiaru na rysunku. Oblicz wartość wyrażenia sumę jednego kąta wierzchołkowego ostrego i jednego kąta wierzchołkowego rozwartego.



Dwie linie proste  $L_1$  i  $L_2$  przecinają się w punkcie  $O$



**Proste prostopadłe.** Szczególnym położeniem prostych na płaszczyźnie są proste prostopadłe przecinające się w punkcie  $O$  pod kątem prostym równym  $90^\circ$ . Wtedy cztery kąty wierzchołkowe są równe  $90^\circ$ .

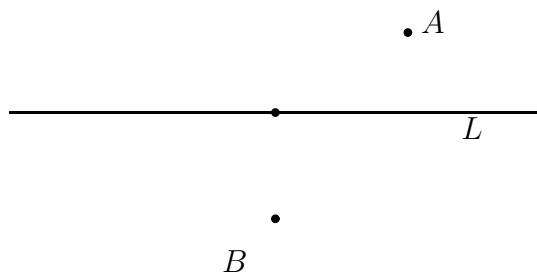


Dwie linie proste prostopadłe  $L_1$  i  $L_2$  przecinają się w punkcie  $O$

**Zadanie 2.6** *Narysuj przy pomocy ekierki dwie proste prostopadłe  $L_1$  i  $L_2$  przecinające się w punkcie  $O$ . Zmierz kątomierzem cztery kąty o wspólnym wierzchołku w punkcie  $O$ . Zapisz wynik na rysunku. Oblicz sumę czterech kątów wierzchołkowych.*

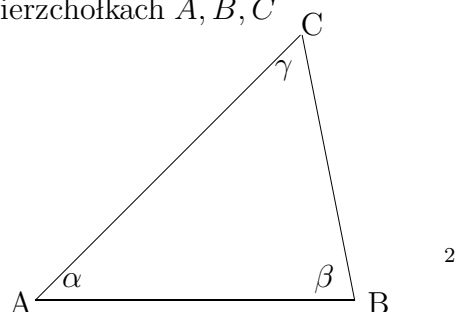
Kąt pełny równy jest  $360^\circ$ , kąt półpełny równy jest  $180^\circ$ , kąt prosty równy jest  $90^\circ$ .

**Zadanie 2.7** *Narysuj prosta prostopadłą do prostej poziomej  $L$  przechodzącą przez punkt  $\mathbf{A}$ , używając ekierki. Narysuj drugą prostą równoległą do prostej poziomej  $L_1$  przechodzącą przez punkt  $\mathbf{B}$ , używając ekierki.*



### 2.2.1 Trójkąty

Trójkąt  $\triangle ABC$  o wierzchołkach  $A, B, C$



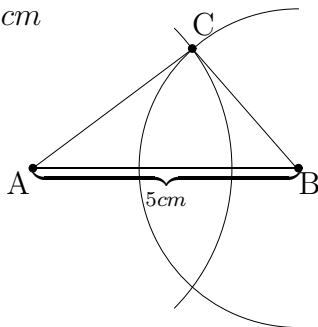
ma trzy wierzchołki  $A, B, C$ , trzy boki  $[A, B], [B, C], [C, A]$ .  
Długości boków trójkąta  $\triangle ABC$  oznaczamy jak niżej

$$\begin{array}{lll} |AB| & \text{długość boku} & [A, B] \\ |BC| & \text{długość boku} & [B, C] \\ |CA| & \text{długość boku} & [C, A] \end{array}$$

**Przykład 2.1** *Narysuj trójkąt  $\triangle ABC$  o danych długościach boków*

$$\begin{array}{lll} |AB| = 5\text{cm} & \text{długość boku} & [A, B] \\ |BC| = 4\text{cm} & \text{długość boku} & [B, C] \\ |CA| = 3\text{cm} & \text{długość boku} & [C, A] \end{array}$$

**Rozwiązanie.** Rysujemy podstawę  $[A, B]$  trójkąta  $\triangle ABC$  jako odcinek o długości  $|AB| = 5\text{cm}$

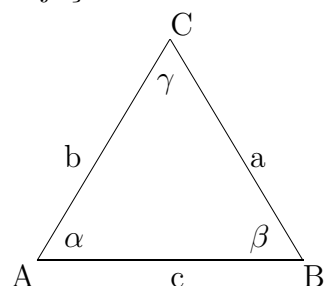


Następnie, rozwartością cyrkla równą długości odcinka  $|BC| = 3\text{cm}$  zakreślamy łuk stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $B$ . Podobnie rozwartością cyrkla równą

<sup>2</sup>Kąty oznaczane są greckimi literami  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$ ; przy wierzchołku  $A$  kąt  $\alpha$ , przy wierzchołku  $B$  kąt  $\beta$ , przy wierzchołku  $C$ , kąt  $\gamma$

długości odcinka  $|CA| = 4\text{cm}$  zakreślamy łuk, stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $A$ . Łączymy punkt  $C$  przecięcia łuków linijką z punktami  $A$  i  $B$ . W ten sposób narysowaliśmy trójkąt  $\triangle ABC$  o danych długościach boków.

**Trójkąt równoboczny**  $\triangle ABC$  ma wszystkie boki równe i kąty też równe. Zmierz boki i kąty trójkąta na rysunku linijką i kątomierzem. Oblicz sumę kątów trójkąta



Trójkąt równoboczny

Wyniki pomiarów napisz niżej

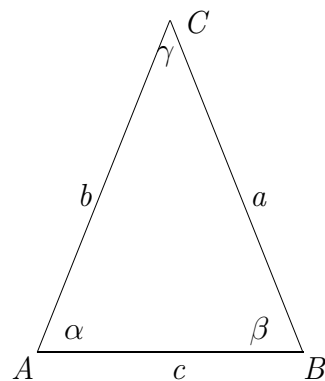
$$|BC| = a = \quad , |AC| = b = \quad , |AB| = c = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad$$

$$\text{Suma} = \quad$$

**Trójkąt równoramienny**  $\triangle ABC$

**Zadanie 2.8** Trójkąt równoramienny ma dwa ramiona równe i dwa kąty równe. Zmierz boki i kąty tego trójkąta. Oblicz sumę kątów.



Trójkąt równoramienny

Wyniki wyniki pomiarów napisz niżej

$$|BC| = a = \quad , |AC| = b = \quad , |AB| = c = \quad$$

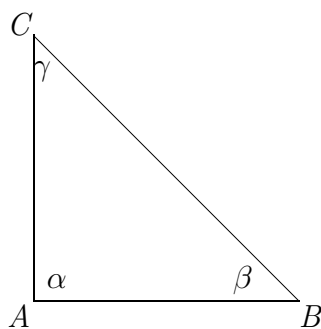
$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad$$

$$\text{Suma katow} = \quad$$

**Trójkąt prostokątny** Obwód trójkąta  $\triangle ABC$  równy jest sumie długości jego boków

$$\text{Obwod} = |AB| + |BC| + |CD|$$

**Zadanie 2.9** Narysuj trójkąt prostokątny podobny do trójkąta prostokątnego na rysunku, używając cyrkla i linijki. Zmierz boki i kąty trójkąta. Oblicz obwód i sumę kątów trójkąta  $\triangle ABC$ .



Trójkąt prostokątny

Zmierz boki i kąty trójkąta. Wyniki pomiarów napisz niżej

$$|AB| = \quad , |BC| = \quad , |CD| = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad$$

$$\text{Suma} = \quad$$

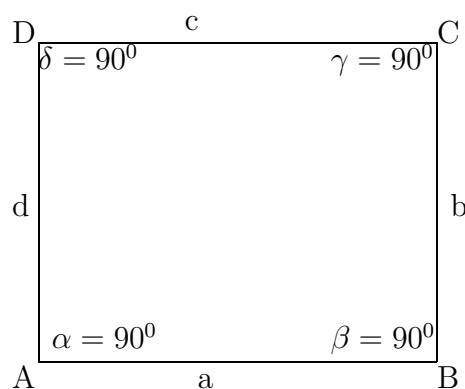
$$\text{obwod} = \quad$$

### 2.2.2 Kwadrat

Kwadrat, inaczej czworokąt foremny, ma cztery boki równe i cztery kąty równe  $90^\circ$ .

Na rysunku widzimy kwadrat  $ABCD$  o wierzchołkach  $A, B, C, D$  i równych bokach

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$$



Obwód kwadratu równy jest sumie długości boków

$$\text{Obwod} = |AB| + |BC| + |CD| + |DA| = 4 * |AB|$$

Pole kwadratu

$$P_{ABCD} = |AB|^2$$

**Zadanie 2.10** *Zmierz boki i kąty kwadratu. Oblicz sumę kątów, obwód i pole kwadratu  $ABCD$ . Wyniki pomiarów napisz niżej*

$$|AB| = \quad , |BC| = \quad , |CD| = \quad , |DA| = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad , \delta = \quad$$

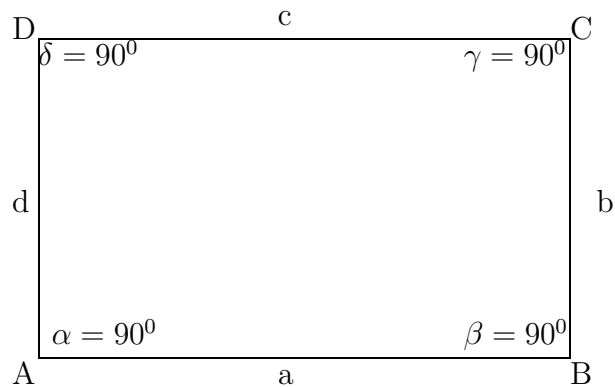
$$\text{Suma kątów} = \quad$$

$$\text{obwód} = \quad$$

$$\text{Pole}_{ABCD} = \quad$$

**Prostokąt.** Prostokąt  $ABCD$  ma cztery boki parami równe  $|AB| = |CD|$ ,  $|BC| =$

$|DA|$  i cztery kąty proste równe  $90^0$ .



Prostokąt  $ABCD$

**Zadanie 2.11** Zmierz boki i kąty prostokąta. Oblicz sumę kątów prostokąta.

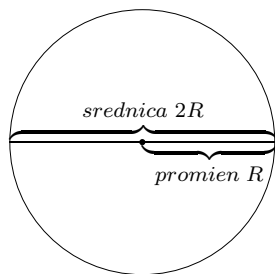
$$a = \quad , b = \quad , c = \quad , d =$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad , \delta =$$

$$Suma =$$

### 2.2.3 Okrąg i koło

Zaznacz kredką na rysunku środek okręgu, promień okręgu, średnicę okręgu i obwód okręgu.



Średnica okręgu równa jest 2 razy promień okręgu. Obszar wewnątrz okręgu nazywamy kołem.

**Zadanie 2.12** Narysuj cyrklem okrąg o promieniu 3cm. Zaznacz kredką wewnątrz okręgu jako koło o promieniu 3cm.

Oblicz średnicę okręgu.

$$Średnica okręgu =$$

## Chapter 3

# Klasa III. Arytmetyka i geometria

Arytmetyka w klasie III obejmuje tematy z zakresu operacji dodawania, odejmowania, mnożenie i dzielenie na liczbach naturalnych jednocyfrowych i dwucyfrowych.

Z geometrii powtórzenie klasy II-ej, położenie prostych na płaszczyźnie proste równoległe, proste prostopadłe, określenie kątów. Odcinek: podział odcinka na połowę, symetralna odcinka, konstrukcja z cyrklem i linijką

Trójkąty: opis i konstrukcja trójkątów równobocznych, równoramiennych i trójkątów prostokątnych

Czworokąty: Kwadrat i prostokąt.

Okąg i koło: środek okręgu, promień okręgu, średnica okręgu, kąt środkowy i kąt wpisany w okrąg.

### 3.1 Arytmetyka

#### 3.1.1 Liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe

Cyfry systemu dziesiętnego

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

są jednocześnie liczbami jednocyfrowymi.

Liczby dwucyfrowe mają na pierwszym miejscu cyfrę dziesiątek, na drugim miejscu mają cyfrę jednostek.<sup>1</sup>

Na przykład liczba 34 na pierwszym miejscu ma cyfrę dziesiątek 3, na drugim miejscu ma cyfrę jedności 4.

Podobnie liczba 67 ma cyfrę dziesiątek 6, cyfrę jedności 7.

Piszemy te liczby w postaci

$$\begin{aligned} 34 &= \underbrace{3}_{\text{cyfra dziesiątek}} * 10 + \underbrace{4}_{\text{cyfra jedności}} = 30 + 4, \\ 67 &= \underbrace{6}_{\text{cyfra dziesiątek}} * 10 + \underbrace{7}_{\text{cyfra jedności}} = 60 + 7. \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Licząc od lewej do prawej strony

### 3.1.2 Dodawanie liczb bez przekroczenia progu 10.

Suma liczby dwucyfrowej i liczby jednocyfrowej równa jest sumie ich jedności, bez przekroczenia progu 10. Cyfra dziesiątek pozostaje w sumie równa cyfry liczby dwucyfrowej.

Na przykład wykonajmy dodawanie do liczby 24 do liczby 3, bez potrzeby przekroczenia progu 10. Liczby 24 i 3 nazywamy składnikami sumy.

$$24 + 3 = \underbrace{2 * 10 + 4}_{24} + 3 = \underbrace{20 + \overbrace{4 + 3}^7}_{27} = 27$$

Pisemnie liczbę jednocyfrową dodajemy do liczby dwucyfrowej tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 3 \\ \hline 27 \end{array}$$

**Ćwiczenie 3.1** Dodaj do liczby 31 liczbę 7 bez potrzeby przekroczenia progu 10

$$31 + 7 = \underbrace{3 * 10 + 1}_{31} + 7 = \underbrace{30 + \overbrace{1 + 7}^8}_{38} = 38$$

Pisemnie liczbę jednocyfrową dodajemy do liczby dwucyfrowej tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 31 \\ + 7 \\ \hline 38 \end{array}$$

**Zadanie 3.1** Dodaj pisemnie do liczby 23 liczbę 4 bez potrzeby przekroczenia progu 10.

### 3.1.3 Dodawanie liczb z przekroczeniem progu 10.

W tym przypadku, suma jedności liczby dwucyfrowej i liczby jednocyfrowej równa jest liczbie dwucyfrowej. Wtedy cyfrę dziesiątek liczby dwucyfrowej zwiększamy o 1.

Na przykład do liczby dwucyfrowej 35 dodajmy liczbę jednocyfrową 8.

$$35 + 8 = \underbrace{3 * 10 + 5}_{35} + 8 = 30 + \overbrace{5 + 8}^{13} = 40 + 3 = 43$$

Pisemnie do liczby dwucyfrowej 38 dodajemy liczbę jednocyfrową 8 tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ + 8 \\ \hline 43 \end{array}$$



**Ćwiczenie 3.2** Dodaj do liczby 29 liczbę 6 z przekroczeniem progu 10

$$29 + 6 = \underbrace{2 * 10 + 9}_{29} + 6 = 20 + \overbrace{9 + 6}^{15} = 30 + 5 = 35$$

Pisemnie liczbę jednocyfrową dodajemy do liczby dwucyfrowej tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 1 \\ 29 \\ + 6 \\ \hline 35 \end{array}$$

**Zadanie 3.2** Dodaj pisemnie

(i) do liczby 27 liczbę 7

(ii) do liczby 48 liczbę 2

### 3.1.4 Odejmowanie liczby jednocyfrowej od liczby dwucyfrowej

Różnica liczby dwucyfrowej i liczby jednocyfrowej równa jest różnicy ich jedności, jeżeli cyfra jedności liczby dwucyfrowej jest nie mniejsza od liczby jednocyfrowej.

Na przykład wykonajmy odejmowanie od liczby 24 nazywanej odejmną liczbę 3 nazywanej odjemnikiem bez potrzeby przekroczenia progu 10

$$24 - 3 = \underbrace{2 * 10 + 4}_{24} - 3 = \underbrace{20 + 4 - 3}_{21} = 21$$

Pisemnie liczbę jednocyfrową 3 odejmujemy od liczby dwucyfrowej 24 tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 3 \\ \hline 21 \end{array}$$

**Ćwiczenie 3.3** Odejmij od liczby 39 liczbę 7 bez potrzeby przekroczenia progu 10

$$39 - 7 = \underbrace{3 * 10 + 9}_{31} - 7 = 30 + \overbrace{9 - 7}^2 = 32$$

Pisemnie liczbę jednocyfrową 7 dodajemy do liczby dwucyfrowej 39 tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 7 \\ \hline 32 \end{array}$$

**Zadanie 3.3** Odejmij dwoma sposobami, wprost i pisemnym, od liczby 48 liczbę 5.

W przypadku, gdy cyfra jedności liczby dwucyfrowej jest mniejszej liczby jednocyfrowej, cyfrę dziesiątek zmniejszamy o 1 i dodajemy do jej cyfry jedności 10. Wtedy otrzymamy liczbę dwucyfrową od której odjmujemy liczbę jednocyfrową

Na przykład od liczby dwucyfrowej 35 odejmujemy liczbę jednocyfrową 8.

$$35 - 8 = \underbrace{3 * 10 + 5}_{35} - 8 = 20 + \overbrace{15 - 8}^7 = 20 + 7 = 27$$

Pisemnie od liczby dwucyfrowej 38 odejmujemy liczbę jednocyfrową 8 tak: jedności dodajemy do jedności, według schematu

$$\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ - 8 \\ \hline 27 \end{array}$$

**Ćwiczenie 3.4** Odejmij od liczby 26 liczbę 9 z przekroczeniem progu 10

$$26 - 9 = \underbrace{2 * 10 + 6}_{26} - 9 = 10 + \overbrace{16 - 9}^8 = 10 + 8 = 18$$

Pisemnie liczbę jednocyfrową 9 odemujemy od liczby dwucyfrowej 26 tak: od liczby 26 odejmujemy 10 i to 10 dodajemy do liczby jedności  $10 + 6 = 16$ . Od liczby 16 odejmujemy 9, według schematu

$$\begin{array}{r} 1 \\ 26 \\ - 9 \\ \hline 18 \end{array}$$

**Zadanie 3.4** Odejmij dwoma sposobami, wprost i pisemnym

(i) od liczby 27 liczbę 8.

(ii) od liczby 57 liczbę 7.

### 3.1.5 Mnożenie liczby dwucyfrowej przez liczbę jednocyfrową

Iloczyn dwóch liczb ma dwa czynniki. Pierwszy czynnik nazywa się mnożna, drugi czynnik, przez który mnożymy, nazywa się mnożnik.

$$\underbrace{15}_{\text{mnożna}} * \underbrace{2}_{\text{mnożnik}}$$

Liczby naturalne w zakresie od 0 do 100 mnożymy przez liczby jednocyfrowe korzystając z rozdzielenia operacji mnożenia względem dodawania

Na przykład

$$\underbrace{23}_{20+3} * 2 = \underbrace{(20 + 3)}_{23} * 2 = 20 * 2 + 3 * 2 = 40 + 6 = 46$$

**Ćwiczenie 3.5** *Uzupełnij brakujące obliczenia iloczynów*

$$\begin{aligned}
 13 * 2 &= \underbrace{(10 + 3)}_{13} * 2 = 10 * 2 + 3 * 2 = 20 + 6 = 26 \\
 14 * 3 &= \underbrace{(10 + 4)}_{14} * 3 = 10 * 3 + 4 * 3 = \quad = \\
 15 * 4 &= \underbrace{(10 + 5)}_{15} * 4 = \quad = \quad = \\
 16 * 5 &= \quad = \quad = \quad =
 \end{aligned}$$

Pisemnie liczbę dwucyfrową 23 mnożymy przez liczbę jednocyfrową 2 tak: jedności mnożymy przez 2 i i cyfrę dziesiątek przez 2, jeżeli wynik nie przekacza progu 10 według schematu

$$\begin{array}{r|l}
 23 & \leftarrow \text{mnożna} \\
 * 2 & \leftarrow \text{mnożnik, } 2 * 3 = 6, \quad 2 * 2 = 4 \\
 \hline
 46 & | \quad 23 * 2 = 46
 \end{array}$$

**Ćwiczenie 3.6** *Wykonaj mnożenie  $34 * 5$  wprost i pisemnieiczyby.*

Rozwiązanie.

Mnożymy  $34 * 5$  korzystając z rozdzielności mnożenia względem dodawania, pisząc iloczyn w postaci

$$34 * 5 = (30 + 4) * 5 = 30 * 5 + 4 * 5.$$

Obliczamy wprost

$$\underbrace{34}_{30+4} * 5 = \underbrace{(30 + 4)}_{34} * 5 = 30 * 5 + 4 * 5 = 150 + 20 = 170.$$

Mnożenie pisemne wykonujemy według schematu

$$\begin{array}{r|l}
 2 & \\
 34 & | \quad 5 * 4 = 20 \\
 * 5 & | \quad 5 * 3 = 15, \quad 15 + 2 = 17 \\
 \hline
 170 & | \quad 34 * 5 = 170
 \end{array}$$

**Zadanie 3.5** *Oblicz wprost i pisemnie  $31 * 3$  korzystając ze schematów Schemat wprost obliczeń*

$$\underbrace{31}_{30+1} * 3 = \underbrace{(\quad)}_{31} * 3 = .$$

*Pisemny schemat obliczeń*

$$\begin{array}{r|l}
 31 & \leftarrow \text{mnożna} \\
 * 3 & \leftarrow \text{mnożnik} \\
 \hline
 &
 \end{array}$$

**Zadanie 3.6** *Uzupełnij pisemnie mnożenie  $41 * 5$*

$$\begin{array}{r|l}
 41 & \leftarrow \text{mnożna} \\
 * 5 & \leftarrow \text{mnożnik, } 1 * 5 = 5, \quad 4 * 5 = 20 \\
 \hline
 & \\
 5 &
 \end{array}$$



Dzielenie pisemne według schematu

$$\begin{array}{r} 3 \\ \overline{96} : 3 \\ - 9 \downarrow \\ \hline 6 \end{array} \quad | \quad 9 : 3 = 3, \quad \text{piszemy 3 nad kreska i odejmujemy } 3 * 3 = 9 \text{ pod kreska}$$

Dzielimy następną cyfrę 6 przez 3

$$\begin{array}{r} 32 \\ \overline{96} : 3 \\ - 9 \downarrow \\ \hline 6 \\ - 6 \\ \hline \\ \hline \end{array} \quad | \quad 6 : 3 = 2, \quad \text{piszemy 2 nad kreska i odejmujemy } 3 * 2 = 6 \text{ pod kreska}$$

Odpowiedź:  $96 : 3 = 32$ . Sprawdzamy:  $32 * 3 = 96$ .

Rozpatrzmy teraz schemat dzielenia liczb których nie wszystkie cyfry są podzielne przez dzielnik jednocyfrowy.

**Przykład 3.1** wykonaj dzielenie wprost i pisemnie  $27 : 9$ .

Rozwiązanie.

Dzielenie wprost

$$27 : 9 = 9.$$

Dzielenie pisemne według schematu

$$\begin{array}{r} *9 \\ \overline{27} : 3 \\ - 27 \\ \hline \\ \hline \end{array} \quad | \quad 2 < 3, \quad 2 \text{ nie dzieli sie przez 3} \\ | \quad 27 : 3 = 9 \text{ dzieli sie przez 3, piszemy nad kreska 9} \\ | \quad \text{odejmujemy } 3 * 9 = 27$$

Odpowiedź:  $27 : 3 = 9$ . Sprawdzamy:  $3 * 9 = 27$ .

**Przykład 3.2** wykonaj dzielenie wprost i pisemnie  $72 : 9$ .

Rozwiązanie.

Dzielenie wprost

$$72 : 9 = 8.$$

Dzielenie pisemne według schematu

$$\begin{array}{r} *8 \\ \overline{72} : 9 \\ - 72 \\ \hline \\ \hline \end{array} \quad | \quad 7 < 9, \quad 7 \text{ nie dzieli sie przez 9} \\ | \quad 72 : 9 = 8 \text{ dzieli sie przez 9, piszemy nad kreska 8} \\ | \quad \text{odejmujemy } 9 * 8 = 72$$

Odpowiedź:  $72 : 9 = 8$ . Sprawdzamy:  $9 * 8 = 72$ .

**Zadanie 3.9** Wykonaj pisemne dzielenie liczb

$$\begin{array}{ll} (a) & 63 : 3, & (g) & 84 : 4 \\ (b) & 75 : 5, & (h) & 96 : 6 \\ (c) & 39 : 3, & (i) & 124 : 2 \\ (d) & 215 : 5, & (j) & 480 : 8 \end{array}$$

## 3.2 Wyrażenie arytmetyczne

W istocie nauczanie początkowe matematyki zaczyna się od najprostrzych wyrażeń arytmetycznych w klasie I. W klasie drugiej operacje arytmetyczne dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb naturalnych jednocyfrowych i dwucyfrowych są wykonywane, z zachowaniem ich kolejności, na prostych wyrażeniach arytmetycznych. W klasie III-iej nauczanie operacji arytmetycznych na liczbach naturalnych w zakresie do 1000 oparte jest na wyrażeniach arytmetycznych o rozszerzonej budowie bez nawiasów i z nawiasami.

Kolejność wykonywania operacji arytmetycznych w wyrażeniu arytmetycznym:

pierwsze mnożenie \*

drugie dzielenie :

trzecie dodawanie +

czwarte odejmowanie -

**Przykład 3.3** Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego zachowując w kolejności operacje arytmetyczne

$$14 * 3 + 15 * 2 + 28 : 2$$

$$36 : 3 + 84 : 2 - 98 : 2$$

$$124 : 4 + 284 : 2 - 98 : 2$$

**Wyrażenia arytmetyczne z nawiasami.** Najpierw, zgodnie z kolejnością arytmetycznych operacji, obliczamy wyrażenia w nawiasach. Po obliczeniu wyrażeń w nawiasach wykonujemy pozostałe operacje.

Na przykład w wyrażeniu arytmetycznym

$$(15 + 5) * 2 - 3 * (12 - 6) : 2$$

najpierw obliczamy wyrażenia w nawiasach

$$\underbrace{(15 + 5)}_{20} * 2 - 3 * \underbrace{(12 - 6)}_9 : 2 = 20 * 2 - 3 * 6$$

Następnie obliczamy wartość wyrażenia bez nawiasów

$$20 * 2 - 3 * 6 = 40 - 18 = 22.$$

**Ćwiczenie 3.8** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego z nawiasami*

$$\begin{aligned} 3 * (4 - 2) + 2 * (9 - 3) &= 3 * 2 + 2 * 6 = 6 + 12 = 18 \\ 4 * (6 - 2) + 3 * (8 - 3) &= \\ 2 * (12 - 6) : (10 - 8) &= \\ 5 * (6 - 2) - (15 - 3) : (10 - 8) &= \end{aligned}$$

**Zadanie 3.10** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$\begin{aligned} (8 - 5) + (9 - 4) &= \\ (9 - 4) * (8 - 5) &= \\ (16 - 8) : (10 - 8) &= \\ (18 - 12) * (10 - 8) : (10 - 7) &= \end{aligned}$$

**Zadanie 3.11** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$\begin{aligned} 2 * (24 - 12) + 3 * (16 - 12) &= 2 * 12 + 3 * 4 \\ &= 24 + 12 = 36 \\ 3 * (56 - 46) - 2 * (8 - 5) &= 3 * 6 - 2 * 3 \\ 4 * (82 - 76) : (10 - 7) - 3 * (14 - 6) : 2 &= \\ (98 - 88) * (8 - 7) : (10 - 8) + (15 + 6) : 3 &= \end{aligned}$$

**Zadanie 3.12** *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego*

$$\begin{aligned} (24 * 2 - 15 * 3) : (18 * 2 - 11 * 3) &= \\ (336 : 3 - 84 : 4) + (98 : 2 - 25 : 5) &= \\ (125 : 5 + 35 : 7) : 6 &= \\ (1024 : 8 - 512 : 4) + (255 : 5 - 60 : 4) &= \end{aligned}$$

### 3.2.1 Dodawanie liczb dwucyfrowych

Liczby dwucyfrowe dziesiętne piszemy w postaci sumy dziesiątek i jedności.  
Na przykład

$$27 = 20 + 7, \quad 42 = 40 + 2$$

Wtedy sumę liczb 27 i 42 obliczymy wprost dodajemy jedności i dziesiątki, jak niżej

$$27 + 42 = \underbrace{20 + 7}_{27} + \underbrace{40 + 2}_{42} = \underbrace{20 + 40}_{\text{dziesiątki}} + \underbrace{7 + 2}_{\text{jedności}} = 60 + 9 = 69$$

Liczby dwucyfrowe dodajemy również pisemnie, według schematu

$$\begin{array}{r} 27 \quad \text{suma jednostki } 7 + 2 = 9 \\ + 42 \quad \text{suma dziesiątek } 20 + 40 = 60 \\ \hline 69 \end{array}$$

W tym przykładzie suma jedności  $7 + 2 = 9$  liczb 27 i 42 jest liczbą jednocyfrową równą 9. To znaczy, że dodanie liczb 27 i 42 jest bez przekroczenia progu 10.

Rozpatrzmy przykład, gdy suma jedności jest liczbą dwucyfrową, jak niżej  
Suma liczb dwucyfrowych 37 i 29 z przekroczeniem progu 10

$$\begin{aligned} 37 + 29 &= \underbrace{30 + 7}_{37} + \underbrace{20 + 9}_{29} = \overbrace{30 + 20}^{\text{suma dziesiątek}=50} + \overbrace{7 + 9}^{\text{suma jednostki}=16} \\ &= 50 + 16 = 50 + \underbrace{10 + 6}_{16} = \underbrace{50 + 10}_{60} + 6 = 66 \end{aligned}$$

Liczby dwucyfrowe 37 i 29 dodajemy również pisemnie, według schematu z przekroczeniem progu 10

$$\begin{array}{r} \quad 1 \quad \text{suma jednostki } 7 + 9 = 16, \\ \hline 37 \quad 16 = 10 + 6, \text{ jednostki } 6, \text{ dziesiątka jedna, piszemy nadkreska } 1 \\ + 29 \quad \text{suma dziesiątek } 20 + 40 = 60 \\ \hline 76 \quad \text{razem} \end{array}$$

**Przykład 3.4** Wykonaj dodawanie pisemnie

$$12 + 14 = \underbrace{10 + 2}_{12} + \underbrace{10 + 4}_{14} = 10 + 10 + 2 + 4 = 20 + 6 = 26$$

**Zadanie 3.13** Wykonaj dodawanie

$$23 + 35 = \underbrace{20 + 3}_{23} + \underbrace{30 + 5}_{35} = 20 + 30 + 3 + 5 = 50 + 8 = 58$$

$$33 + 45 = \underbrace{30 + 3}_{33} + \underbrace{40 + 5}_{45} =$$

$$51 + 15 = \underbrace{50 + 1}_{51} + \underbrace{10 + 5}_{15} =$$

$$67 + 23 = \underbrace{60 + 7}_{67} + \underbrace{20 + 3}_{23} =$$

**Zadanie 3.14** Dodaj liczby dwucyfrowe

$$13 + 75 = \underbrace{10 + 3}_{13} + \underbrace{70 + 5}_{75} =$$

$$31 + 46 = \underbrace{30 + 1}_{31} + \underbrace{40 + 6}_{46} =$$

$$84 + 15 = \underbrace{80 + 4}_{84} + \underbrace{10 + 5}_{15} =$$

$$57 + 33 = \underbrace{50 + 7}_{67} + \underbrace{30 + 3}_{33} =$$



**Zadanie 3.15** Wpisz brakujące cyfry w pisemnej sumie liczb dwucyfrowych

$$\begin{array}{r} 15 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\ + 13 \quad \text{wpisz sume dziesiątek} = \\ \hline \end{array}$$

razem

**Zadanie 3.16** Wpisz brakujące cyfry w pisemnej sumie liczb dwucyfrowych

$$\begin{array}{r} \quad \text{suma jednosci} + = , \\ \hline 43 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\ + 24 \quad \text{wpisz sume dziesiątek} = \\ \hline \end{array}$$

razem

**Zadanie 3.17** Wpisz brakujące cyfry w pisemnej sumie liczb dwucyfrowych

$$\begin{array}{r} \quad \text{suma jednosci} + = , \\ \hline 59 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\ + 34 \quad \text{wpisz sume dziesiątek} = \\ \hline \end{array}$$

razem

**Zadanie 3.18** Wpisz brakujące cyfry w pisemnej sumie liczb dwucyfrowych

$$\begin{array}{r} \quad \text{suma jednosci} + = , \\ \hline 63 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\ + 27 \quad \text{wpisz sume dziesiątek} = \\ \hline \end{array}$$

razem

**Zadanie 3.19** Wykonaj dodawanie wprost i pisemnie

$$53 + 35 =$$

$$23 + 45 =$$

$$71 + 15 =$$

$$67 + 13 =$$

### 3.2.2 Odejmowanie liczb dwucyfrowych

Podobnie jak w dodawaniu liczb dwucyfrowych, w operacji odejmowania liczby dwucyfrowe piszemy w postaci sumy dziesiątek i jednośc.

Na przykład

$$47 = 40 + 7, \quad 23 = 20 + 3$$

Wtedy liczb 47 i 23 odejmujemy wprost jednośc od jednośc, dziesiątki od dziesiątek, jak niżej

$$47 - 23 = \underbrace{40 + 7}_{47} - \underbrace{20 + 3}_{23} = \underbrace{40 - 20}_{\text{roznica dziesiątek}} + \underbrace{7 - 3}_{\text{roznica jrdnosci}} = 20 + 4 = 24$$

Pisemnie liczby dwucyfrowe odejmujemy, według schematu

$$\begin{array}{r} 47 \quad \text{roznica jednosci } 7 - 3 = 4 \\ - 23 \quad \text{roznica dziesiątek } 40 - 20 = 20 \\ \hline 24 \end{array}$$

W tym przykładzie różnica jedności  $7 - 2 = 3$  liczb 47 i 23 jest liczbą naturalną 4. To znaczy, że różnice liczb 47 i 23 obliczamy bez potrzeby przekroczenia progu 10.

W przypadku, gdy cyfra jedności odjemnej jest mniejszej cyfry jednocyfrowej odjemnika, cyfrę dziesiątek odjemnej zmniejszamy o 1 i dodajemy 10 do jej cyfry jedności. Wtedy otrzymamy liczbę dwucyfrową od której odjmujemy liczbę jednocyfrową, jak niżej

Różnica liczb dwucyfrowych 57 i 29 z przekroczeniem progu 10 ponieważ  $7 - 9$  nie jest liczbą naturalną

$$\begin{aligned} 57 - 29 &= \underbrace{50 + 7}_{57} - \underbrace{20 + 9}_{29} = \overbrace{40 - 20}^{\text{roznica dziesiątek}=20} + 7 + 10 - 9 \\ &= 20 + \underbrace{17 - 9}_8 = 20 + 8 = 28 \end{aligned}$$

Liczby dwucyfrowe 57 i 29 odejmujemy również pisemnie, według schematu z przekroczeniem progu 10

$$\begin{array}{r} 57 \quad 10 + 7 = 17, \text{ dziesiąteki } 5 \text{ zmniejszamy o } 1, \text{ i odejmujemy } 2 \\ - 29 \quad \text{roznica } 17 - 9 = 8, \text{ roznica dziesiątek } 40 - 20 = 20 \\ \hline 28 \quad \text{wynik odejmowania} \end{array}$$

**Ćwiczenie 3.9** Obliczamy różnice wprost

$$29 - 14 = \underbrace{20 + 9}_{12} - \underbrace{(10 + 4)}_{14} = \underbrace{20 - 10}_{\text{roznica dziesiątek}=10} + \underbrace{9 - 4}_{\text{roznica jednosci}=5} = 10 + 5 = 15$$

Oblicz różnice  $29 - 14$  pisemnie według schematu

**Zadanie 3.20** Wykonaj dodawanie wprost

$$\begin{aligned} 35 - 23 &= \underbrace{30 + 5}_{35} - \underbrace{(20 + 3)}_{23} = 30 - 20 + 5 - 3 = 10 + 2 = 12 \\ 45 - 33 &= \underbrace{40 + 5}_{45} - \underbrace{(30 + 3)}_{33} = \\ 67 - 23 &= \underbrace{60 + 7}_{67} - \underbrace{(20 + 3)}_{23} = \\ 51 - 15 &= \underbrace{50 + 1}_{51} - \underbrace{(10 + 5)}_{15} = \end{aligned}$$

**Zadanie 3.21** Wpisz brakujące cyfry w pisemnej różnicy liczb dwucyfrowych

$$\begin{array}{r} 15 \quad \text{ile jednosci} \quad ?, \text{ ile dziesiątek} \quad ? \\ - 13 \quad \text{ile jednosci} \quad ? \text{ ile dziesiątek} \quad ? \\ \hline \text{roznica} \end{array}$$

**Zadanie 3.22** *Wpisz brakujące cyfry w pisemnej różnicy liczb dwucyfrowych*

$$\begin{array}{r}
 43 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\
 - 24 \quad \text{wpisz różnice dziesiątek} \\
 \hline
 \quad \quad \quad \text{różnica}
 \end{array}$$

**Zadanie 3.23** *Wpisz brakujące cyfry w pisemnej różnicy liczb dwucyfrowych*

$$\begin{array}{r}
 59 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\
 - 38 \quad \text{wpisz różnice dziesiątek} \\
 \hline
 \quad \quad \quad \text{różnica}
 \end{array}$$

**Zadanie 3.24** *Wpisz brakujące cyfry w pisemnej różnicy liczb dwucyfrowych*

$$\begin{array}{r}
 63 \quad \text{ile jednosci } ?, \text{ ile dziesiątek } ? \\
 - 27 \quad \text{wpisz różnice dziesiątek} \\
 \hline
 \quad \quad \quad \text{różnica}
 \end{array}$$

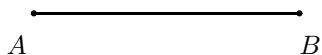
### 3.3 Geometria

W zakresie geometrii uczniowie klasy III-ej poznają konstrukcje z linijką i cyrklem: odcinka, prostych równoległych i prostych prostopadłych, trójkątów, czworokątów, okrągu i koła.

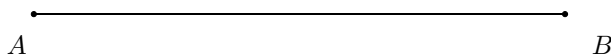
#### 3.3.1 Odcinek, proste prostopadłe i proste równoległe

Posługując się linijką i cyrklem wykonaj konstrukcje.

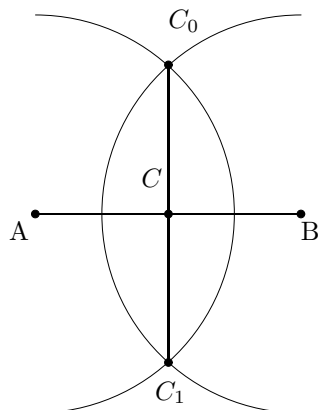
**Zadanie 3.25** *Narysuj odcinek dwa razy dłuższy od odcinka na rysunku używając linijki i cyrkla*



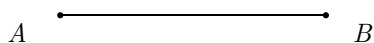
**Zadanie 3.26** *Narysuj odcinek dwa razy krótszy od odcinka  $[A, B]$*



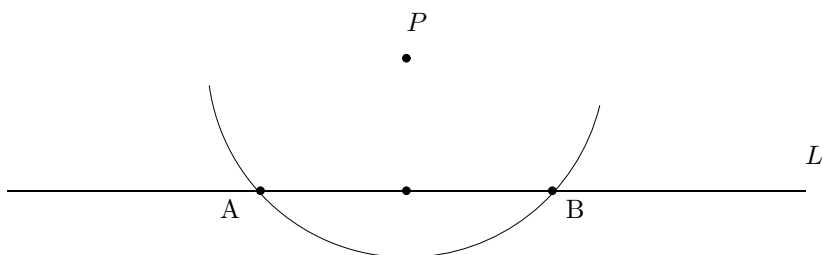
**Konstrukcja podziału odcinka  $[A, B]$  na połowy.** Rozwartością cyrkla równą długości większej niż połowa odcinka  $|AB|$  zakresłamy łuk stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $A$ . Podobnie tą samą rozwartością cyrkla zakresłamy łuk, stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $B$ . Łączymy punkty  $C_0$  i  $C_1$  przecięcia łuków linijką. W ten sposób narysowaliśmy symetralną odcinka  $[A, B]$  dzieląc ten odcinek na połowę w punkcie  $C$ .



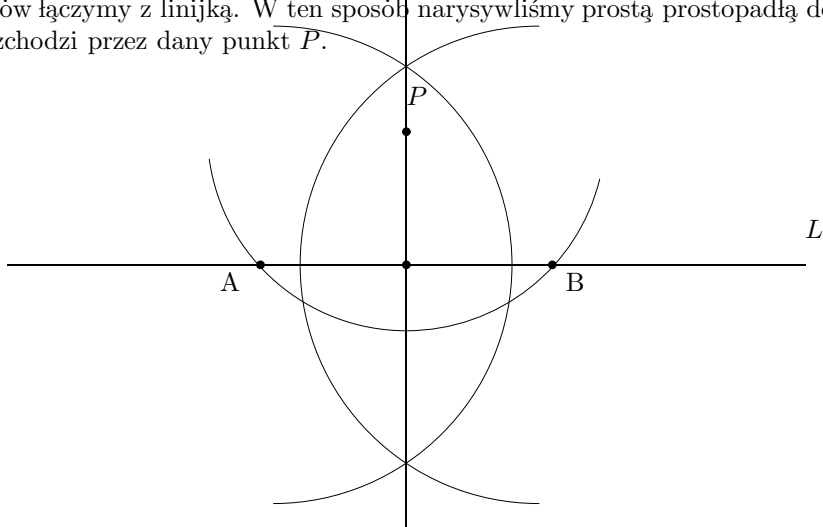
**Zadanie 3.27** Podziel odcinek  $[A, B]$  na dwie równe części używając cyrkla i linijki.



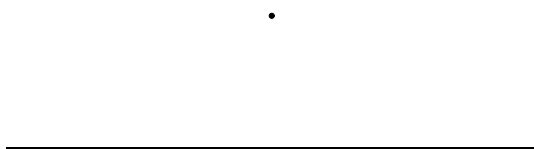
**Konstrukcja prostej prostopadłej do danej prostej.** Rozwartością cyrkla większą od odległości Punktu  $P$  od prostej  $L$  zakreślamy łuk stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $P$ . Oznaczamy punkty przecięcia łuku z prostą  $L$  literami  $A$  i  $B$



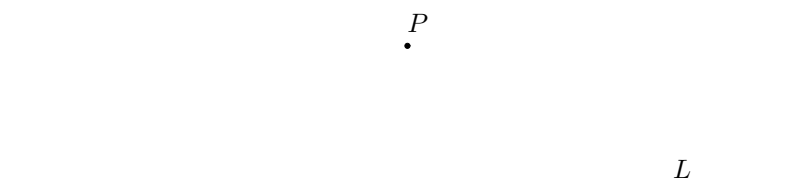
Następnie stawiamy nóżkę cyrkla w punkcie  $A$  i zakreślamy łuk. Podobnie stawiamy nóżkę cyrkla w punkcie  $B$  i tą samą rozwartością cyrkla zakreślamy łuk. Punkty przecięcia tych łuków łączymy z linijką. W ten sposób narysowaliśmy prostą prostopadłą do prostej  $L$ , która przechodzi przez dany punkt  $P$ .



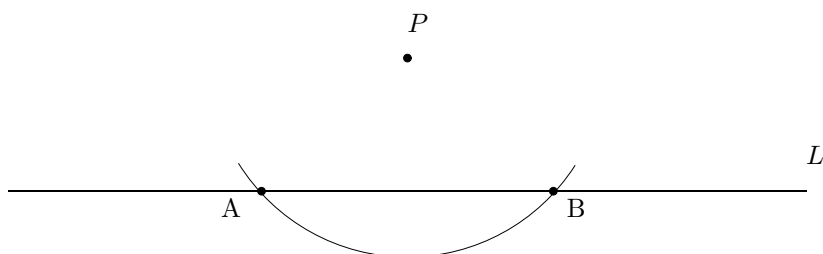
**Zadanie 3.28** *Narysuj prostą prostopadłą do prostej na rysunku i przechodzącej przez dany punkt*



**Konstrukcja prostej równoległej do danej prostej  $L$ .** Konstrukcja prostej równoległej do danej prostej  $L$  i przechodzącej przez dany punkt  $P$  oparta jest na rysowaniu równoległoboku.

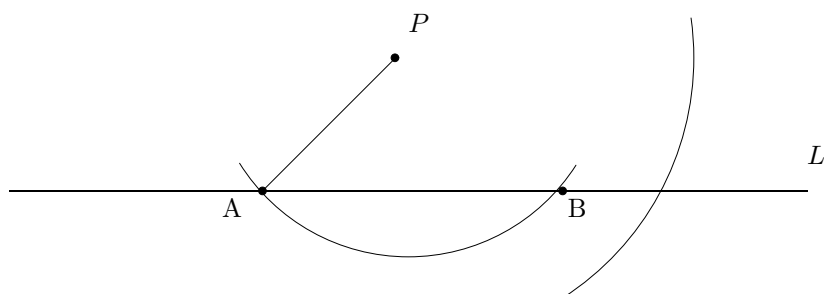


**Opis konstrukcji.** W pierwszym kroku konstrukcji stawiamy cyrkiel w danym punkcie  $P$  i zakreślamy łuk, który przecina daną prostą  $L$  w dwóch punktach  $A$  i  $B$ .

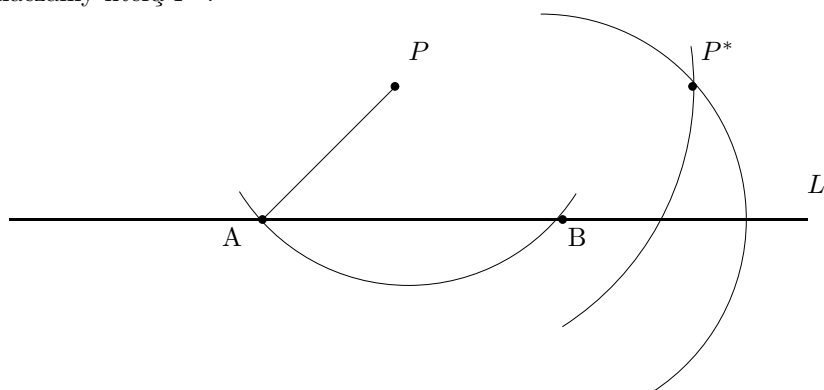


W drugim kroku konstrukcji łączymy punkt  $A$  przecięcia z danym punktem  $P$  linijką. Następnie stawiamy cyrkiel w punkcie  $B$  i rozwartością cyrkla równą odległości  $|AP|$  punktu

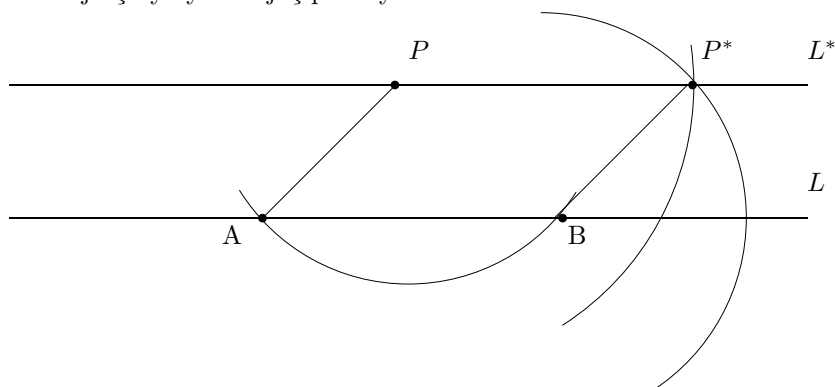
A od punktu  $P$  zakreślamy łuk.



W trzecim kroku konstrukcji stawiamy cyrkiel w punkcie  $P$  i rozwartością cyrkla równą odległości  $|AB|$  punktu  $A$  od punktu  $B$  zakreślamy drugi łuk. Punkt przecięcia łuków oznaczamy literą  $P^*$ .



W czwartym kroku konstrukcji, rysujemy z linijką prostą przez punkty  $P$  i  $P^*$ . W końcu konstrukcji łączymy z linijką punkty  $B$  i  $P^*$ .



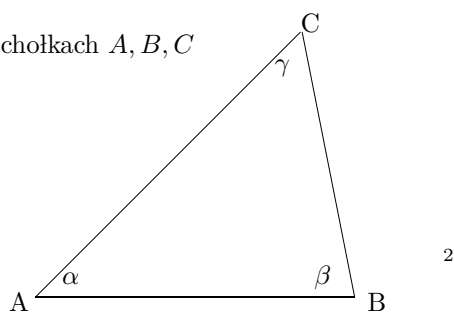
Widzimy, że w ten sposób narysowaliśmy równoległobok  $ABPP^*$ , którego bok  $[P, P^*]$  leży na prostej  $L^*$  równoległej do prostej  $L$  przechodzącej przez dany punkt  $P$ .

**Zadanie 3.29** *Narysuj prostą równoległą do prostej na rysunku i przechodzącą przez dany punkt*

•

### 3.3.2 Trójkąty

Trójkąt  $\triangle ABC$  o wierzchołkach  $A, B, C$



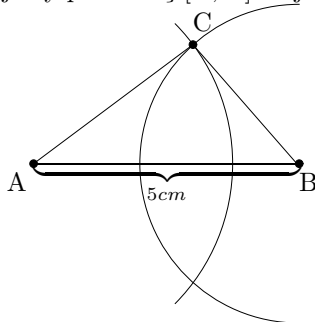
ma trzy wierzchołki  $A, B, C$ , trzy boki  $[A, B], [B, C], [C, A]$ .  
Długości boków trójkąta  $\triangle ABC$  oznaczamy jak niżej

$ AB $	długość boku	$[A, B]$
$ BC $	długość boku	$[B, C]$
$ CA $	długość boku	$[C, A]$

**Przykład 3.5** *Narysuj trójkąt  $\triangle ABC$  o danych długościach boków*

$ AB  = 5\text{cm}$	długość boku	$[A, B]$
$ BC  = 4\text{cm}$	długość boku	$[B, C]$
$ CA  = 3\text{cm}$	długość boku	$[C, A]$

**Rozwiązanie.** Rysujemy podstawę  $[A, B]$  trójkąta  $\triangle ABC$  jako odcinek o długości  $|AB| = 5\text{cm}$



Następnie, rozwartością cyrkla równą długości odcinka  $|BC| = 3\text{cm}$  zakreślamy łuk stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $B$ . Podobnie rozwartością cyrkla równą długości odcinka  $|CA| = 4\text{cm}$  zakreślamy łuk, stawiając nóżkę cyrkla w punkcie  $A$ . Łączymy punkt  $C$  przecięcia łuków

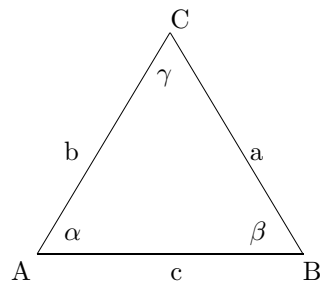
<sup>2</sup>Kąty oznaczane są greckimi literami  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$ ; przy wierzchołku  $A$  kąt  $\alpha$ , przy wierzchołku  $B$  kąt  $\beta$ , przy wierzchołku  $C$ , kąt  $\gamma$



linijką z punktami  $A$  i  $B$ . W ten sposób narysowaliśmy trójkąt  $\triangle ABC$  o danych długościach boków.

**Trójkąt równoboczny**  $\triangle ABC$  ma wszystkie boki równe i kąty też równe. Zmierz boki i kąty trójkąta na rysunku linijką i kątomierzem.

Oblicz sumę kątów i obwód trójkąta  $\triangle ABC$ .



Trójkąt równoboczny

Wyniki pomiarów, napisz niżej

$$|BC| = a = \quad , |AC| = b = \quad , |AB| = c = \quad$$

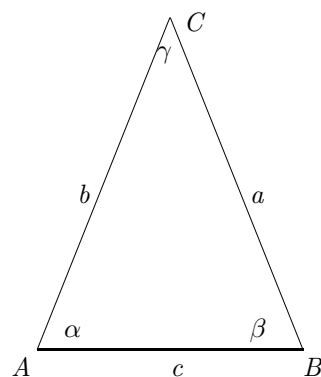
$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad$$

$$\text{Suma kątów} = \quad$$

$$\text{Owład} = \quad$$

**Trójkąt równoramienny**  $\triangle ABC$

**Zadanie 3.30** Trójkąt równoramienny ma dwa ramiona równe i dwa kąty równe. Zmierz boki i kąty tego trójkąta i oblicz sumę kątów



Trójkąt równoramienny

Wyniki pomiaru i obliczeń napisz niżej

$$|BC| = a = \quad , |AC| = b = \quad , |AB| = c = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad$$

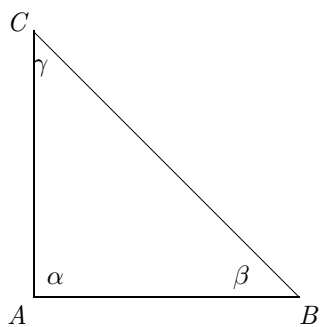
$$\text{Suma} = \quad$$

$$\text{Obwod} = \quad$$

**Trójkąt prostokątny** Obwód trójkąta  $\Delta ABC$  równy jest sumie długości jego boków

$$\text{Obwod} = |AB| + |BC| + |CD|$$

**Zadanie 3.31** Narysuj trójkąt prostokątny podobny do trójkąta prostokątnego na rysunku, używając cyrkla i linijki. Zmierz boki i kąty trójkąta. Oblicz obwód i sumę kątów trójkąta  $\Delta ABC$ .



Trójkąt prostokątny

Wyniki pomiarów i obliczeń napisz niżej

$$|AB| = \quad , |BC| = \quad , |CD| = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad$$

$$\text{Suma} = \quad$$

$$\text{obwod} = \quad$$

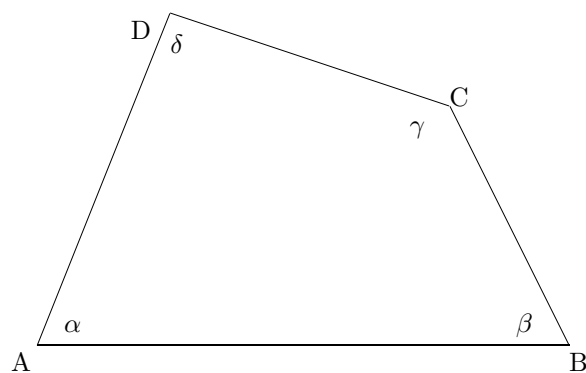
### 3.3.3 Czworokąty

Czworokąt  $ABCD$  ma cztery boki  $[A, B]$ ,  $[B, C]$ ,  $[C, D]$ ,  $[D, A]$  i cztery kąty, które oznaczamy greckimi literami  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ .

Na rysunku czworokąt  $ABCD$  o wierzchołkach  $A, B, C, D$  jest figurą płaską i wypukłą. Obwód czworokąta  $ABCD$  równy jest sumie długości jego boków

$$Ob = |AB| + |BC| + |CD| + |DA|$$

Suma kątów każdego czworokąta równa jest  $360^\circ$



Czworokąt  $ABCD$

**Zadanie 3.32** Zmierz boki i kąty czworokąta  $ABCD$ . Oblicz sumę kątów tego czworokąta. Wyniki pomiarów i obliczeń napisz niżej

$$|AB| = \quad , |BC| = \quad , |CD| = \quad , |DA| = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad , \delta = \quad$$

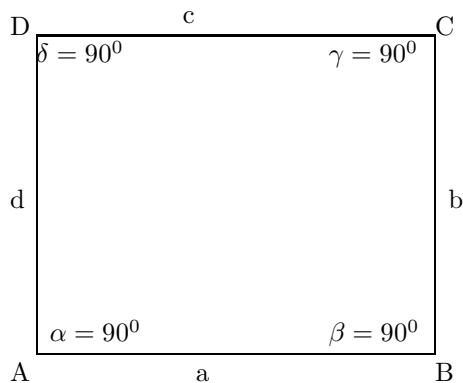
$$Suma = \quad$$

$$Obwod = \quad$$

**Kwadrat.** Kwadrat, inaczej czworokąt foremny, ma cztery boki równe i cztery kąty równe  $90^\circ$ .

Na rysunku widzimy kwadrat  $ABCD$  o wierzchołkach  $A, B, C, D$  i równych bokach

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$$



Obwód kwadratu równy jest sumie długości boków

$$Obwod = |AB| + |BC| + |CD| + |DA| = 4 * |AB|$$

Pole kwadratu

$$P_{ABCD} = |AB|^2$$

**Zadanie 3.33** Zmierz boki i kąty kwadratu. Oblicz sumę kątów, obwód i pole kwadratu  $ABCD$ . Wyniki pomiarów i obliczeń napisz niżej

$$|AB| = \quad , |BC| = \quad , |CD| = \quad , |DA| = \quad$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad , \delta = \quad$$

$$Suma kątów =$$

$$obwod =$$

$$Pole_{ABCD} =$$

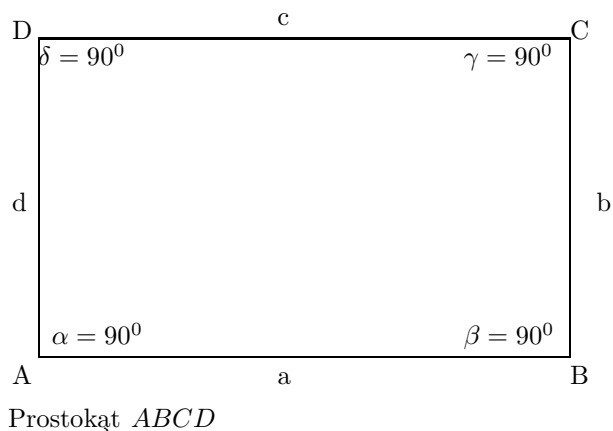
**Prostokąt.** Prostokąt  $ABCD$  ma cztery boki parami równe  $|AB| = |CD|$ ,  $|BC| = |DA|$  i cztery kąty proste równe  $90^\circ$ .

Obwód prostokąta jest sumie długości boków

$$Ob = 2 * |AB| + 2 * |CD|$$

Pole prostokąta równe jest iloczynowi jego boków

$$Pole_{ABCD} = |AB| * |CD|$$



**Zadanie 3.34** Zmierz boki i kąty prostokąta. Oblicz sumę kątów i obwód prostokąta.

$$a = \quad , b = \quad , c = \quad , d =$$

$$\alpha = \quad , \beta = \quad , \gamma = \quad , \delta =$$

$$\text{Suma kątów} =$$

$$\text{Suma kątów} =$$

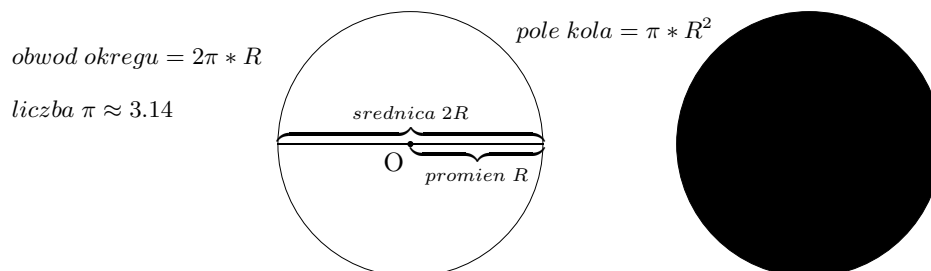
$$\text{Pole} =$$

### 3.3.4 Okrąg i koło

Obszar wewnątrz okręgu nazywamy kołem. Na pierwszym rysunku widzimy środek okręgu w punkcie  $O$ , promień okręgu  $R$ , średnicę okręgu  $2R$ . Obwód okręgu równy jest  $2\pi * R$ , piszemy

$$\text{obwód okręgu} = 2\pi * r, \quad \text{liczba } \pi \approx 3.14$$

Na drugim rysunku widzimy koło, to jest obszar wewnątrz okręgu.



**Zadanie 3.35** Narysuj cyrklem okrąg o promieniu 1cm. Zaznacz kredką wewnątrz okręgu jako koło o promieniu 1cm.

Oblicz średnicę okręgu.

$$\text{Średnica okręgu} =$$

**Zadanie 3.36** Narysuj okrąg o promieniu 2cm. W tym okręgu narysuj kąt środkowy i kąt wpisany w okrąg oparty na tym samym łuku co kąt środkowy. Zmierz kątomierzem kąt

*środkowy i kąt wpisany w okrąg.*

**Zadanie 3.37** *Narysuj cyrklem okrąg o promieniu 3cm. Zaznacz kredką wewnątrz okręgu jako koło o promieniu 3cm.*

*Oblicz średnicę okręgu.*

*Średnica okręgu =*