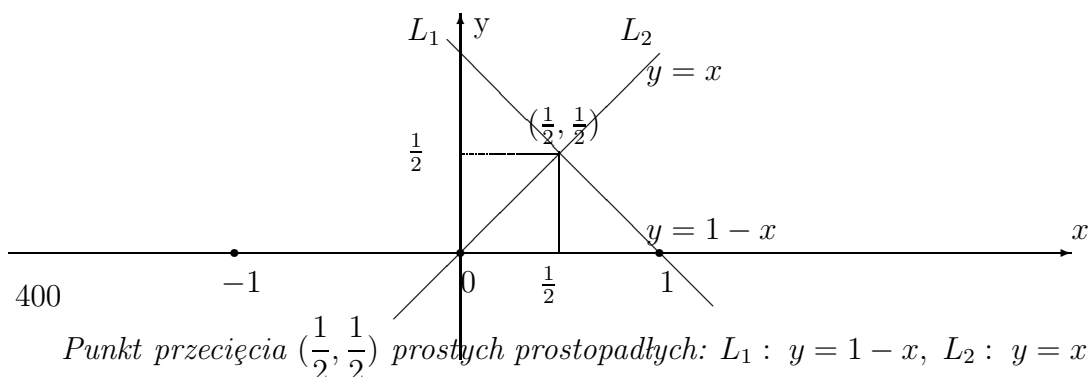


Chapter 1

Proste na płaszczyźnie



Położenie figur geometrycznych i ich kształt, w tym położenie prostych, na płaszczyźnie kartezjańskiej są wyznaczone we współrzędnych x, y .

Proste na płaszczyźnie kartezjańskiej określamy przez równania liniowe, które ustalają zależność współrzędnej y od współrzędnej x punktów leżących na prostych.

Rozpatrzmy następujące cztery formy równań prostych:

- Równanie prostej w postaci funkcji liniowej
- Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty
- Równanie ogólne prostej.
- Równanie parametryczne prostej

1.1 Funkcja liniowa.

Zależność liniową

$$y(x) = a x + b, \quad (1.1)$$

współrzędnej y od współrzędnej x nazywamy funkcją liniową o współczynnikach a i b oraz zmiennej x .

Funkcją $y(x) = a x + b$ jest liniowa, gdyż jej wykresem jest linia prosta o współczynniku kierunkowym a i wyrazie wolnym b .

Równania prostej określonej przez funkcje liniową

$$y(x) = ax + b$$

nie obejmuje prostych równoległych do osi y .

Przykład 1.1 .

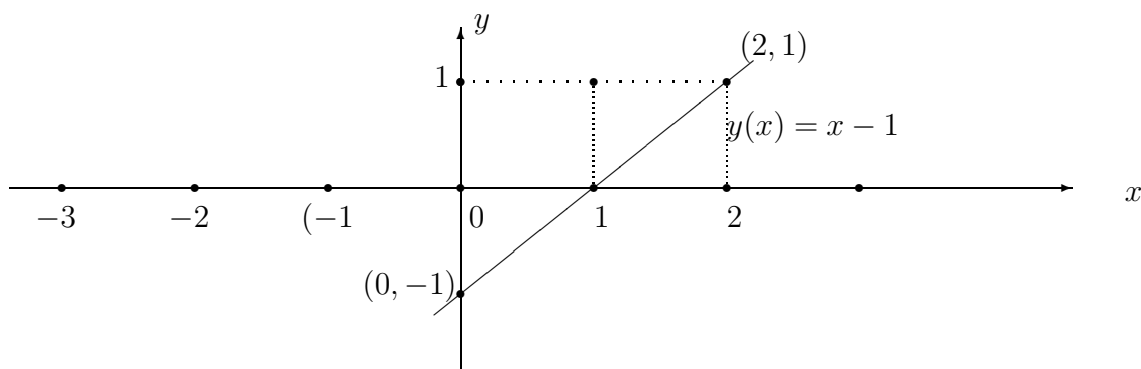
(i) Narysuj linię prostą na płaszczyźnie, w układzie współrzędnych x, y , przechodzącą przez dwa punkty $(0, -1)$ i $(2, 1)$

(ii) Oblicz współczynniki funkcji liniowej

$$y(x) = ax + b,$$

przechodzącej przez punkty $(0, -1)$ i $(2, 1)$

Rozwiązanie (i)



Wykres funkcji liniowej $y(x) = x - 1$, w układzie współrzędnych x, y

Rozwiązanie (ii)

Wykres funkcji $y(x) = ax + b$ przechodzi przez punkty $(0, -1)$, $(2, 1)$, jeżeli

$$y(0) = -1, \quad y(2) = 1.$$

Wtedy współrzędne tych punktów spełniają równania

$$y(0) = a * 0 + b = -1, \quad b = -1,$$

$$y(2) = a * 2 + b = 1, \quad a * 2 - 1 = 1,$$

$$2 * a = 2, \quad a = 1$$

Skąd otrzymujemy równanie prostej

$$y(x) = x - 1$$

w formie funkcji liniowej o współczynnikach $a = 1$, $b = -1$, na której leżą dane punkty $(0, -1)$ i $(2, 1)$.

Przykład 1.2 .*(i) Sprawdź, które z punktów*

$$P_1 = (0, 0), \quad P_2 = (1, 1),$$

$$P_3 = (0, 1), \quad P_4 = (1, 0)$$

leżą na prostych L_1 lub L_2 o równaniach

$$L_1 : y_1(x) = x, \quad L_2 : y_2(x) = 1 - x. \quad (1.2)$$

*(ii) Znajdź punkt przecięcia prostych L_1 , L_2 . Podaj wykres tych prostych.***Rozwiązanie** (i). Punkty $P_1 = (0, 0)$, $P_2 = (1, 1)$ leżą na prostej L_1 , ponieważ ich współrzędne spełniają równanie prostej $L_1 : y = x$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

Punkty $P_3 = (0, 1)$, $P_4 = (1, 0)$ leżą na prostej L_2 ponieważ ich współrzędne spełniają równanie prostej $L_2 : y = 1 - x$,

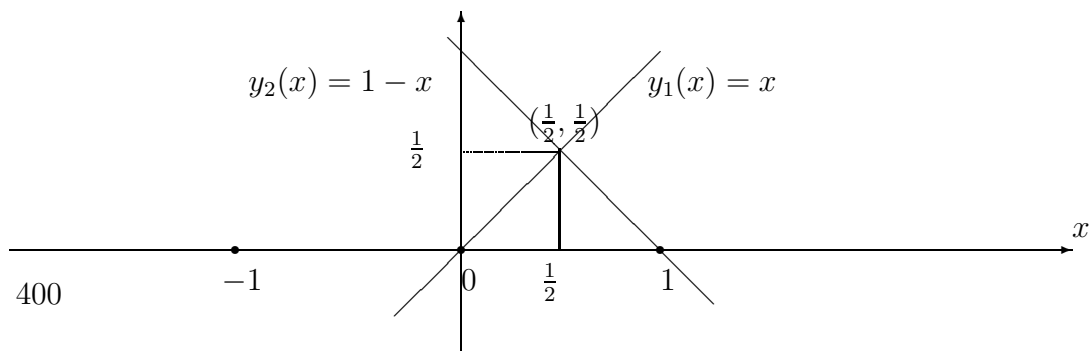
$$y(0) = 1 - 0 = 1, \quad y(1) = 1 - 1 = 0.$$

Rozwiązanie (ii).Punkt przecięcia (x_0, y_0) leży na obu prostych, jeżeli

$$y_1(x_0) = y_0, \quad i \quad y_2(x_0) = y_0.$$

Wtedy mamy równania

$$\begin{array}{ll} y_1(x_0) = x_0 = y_0 & i \quad y_2(x_0) = 1 - x_0 = y_0, \\ x_0 = 1 - x_0 & i \quad 2x_0 = 1, \\ x_0 = \frac{1}{2} & i \quad y_0 = \frac{1}{2}. \end{array}$$

Odpowiedź: Proste $y_1(x) = x$ i $y_2(x) = 1 - x$ przecinają się w punkcie $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ *Punkt przecięcia prostych prostokątnych : $y_1(x) = x$, $y_2(x) = 1 - x$.*

1.2 Równania prostych równoległych

Rozpatrzmy dwie proste L_1 i L_2 o równaniach ¹

$$\begin{aligned} L_1 : y &= a_1x + b_1, \\ L_2 : y &= a_2x + b_2. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Warunek konieczny i dostateczny.

Proste L_1 i L_2 o równaniach (1.3) są równoległe, wtedy i tylko wtedy, jeżeli współczynniki a_1, a_2 są równe $a_1 = a_2$

Przykład 1.3 Sprawdź czy proste

$$\begin{aligned} L_1 : y &= x + 1, \\ L_2 : y &= x - 1 \end{aligned} \tag{1.4}$$

są równoległe.

Podaj wykresy prostych L_1 i L_2 .

Rozwiązanie.

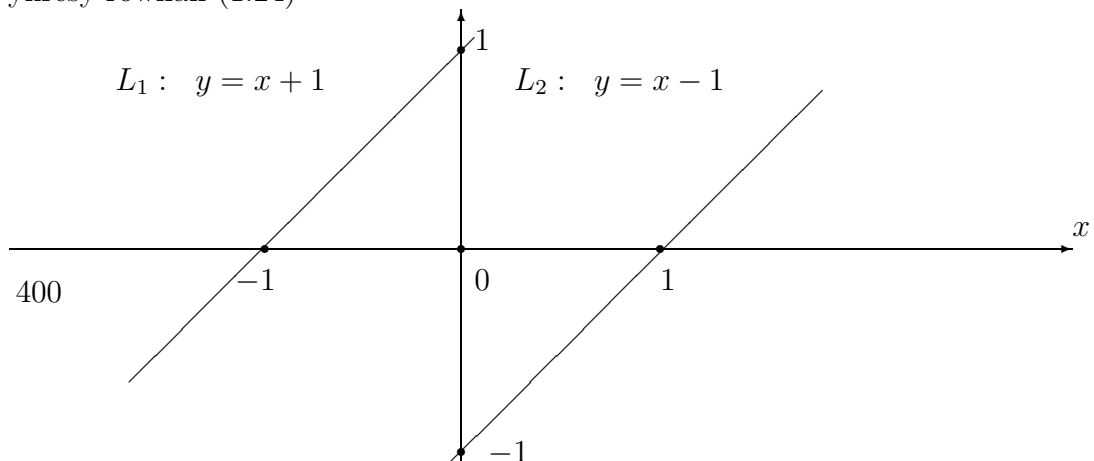
Proste L_1 i L_2 o współczynnikach

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, & b_1 &= 1, \\ a_2 &= 1, & b_2 &= -1 \end{aligned}$$

są równoległe ponieważ ich współczynniki a_1, a_2 spełniają warunek konieczny i dostateczny równoległości prostych na płaszczyźnie.

$$a_1 = a_2 = 1.$$

Wykresy równań (1.24)



¹Dalej używamy uproszczonych oznaczeń y zamiast $y(x)$

Przykład 1.4 Wyznacz równanie prostej L równoległej do prostej

$$L_0 : y = x + 1$$

przechodzącej przez punkt

$$P = (3, 1).$$

Podaj wykres prostej L_0 i prostej L .

Rozwiązanie.

Prosta L równoległa do prostej L_0 ma współczynnik kierunkowy ten sam co prosta L_0 , mianowicie $a = 1$.

Wtedy równanie prostej

$$L : y = x + b.$$

Ponieważ prosta L przechodzi przez punkt $P = (3, 1)$ to po podstawieniu współrzędnych punktu otrzymamy równanie

$$1 = 3 + b,$$

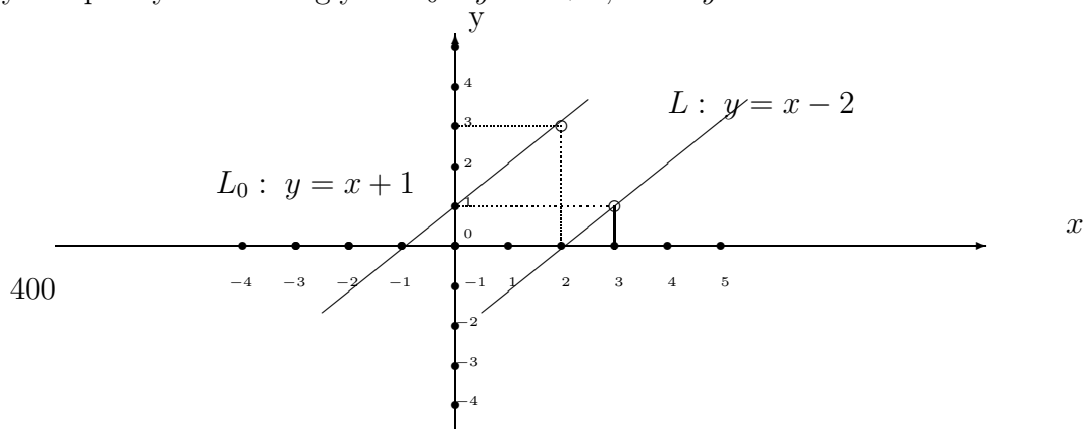
z którego obliczmy wyraz wolny

$$b = 1 - 3 = -2.$$

Skąd otrzymujemy równanie prostej

$$L : y = x - 2.$$

Wykres prostych równoległych $L_0 : y = x + 1$, $L : y = x - 2$



1.3 Równania prostych prostopadłych

Rozpatrzmy dwie proste L_1 i L_2 o równaniach

$$L_1 : y = a_1x + b_1,$$

$$L_2 : y = a_2x + b_2.$$

(1.5)

Warunek konieczny i dostateczny.

Prosta L_1 jest prostopadła do prostej L_2 , wtedy i tylko wtedy, jeżeli współczynnik a_2 prostej L_2 równy jest negatywnej odwrotności współczynnika a_1 prostej L_1

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}.$$

Wtedy każda prosta o równaniu

$$y = -\frac{1}{a_1}x + b \quad (1.6)$$

jest prostopadła do prostej L_1 dla dowolnej wartości wyrazu wolnego b .

Przykład 1.5 *Sprawdź czy proste*

$$\begin{aligned} L_1 : y &= x - 1, \\ L_2 : y &= 1 - x \end{aligned} \quad (1.7)$$

są prostopadłe.

Podaj wykresy prostej L_1 i L_2 .

Rozwiązanie.

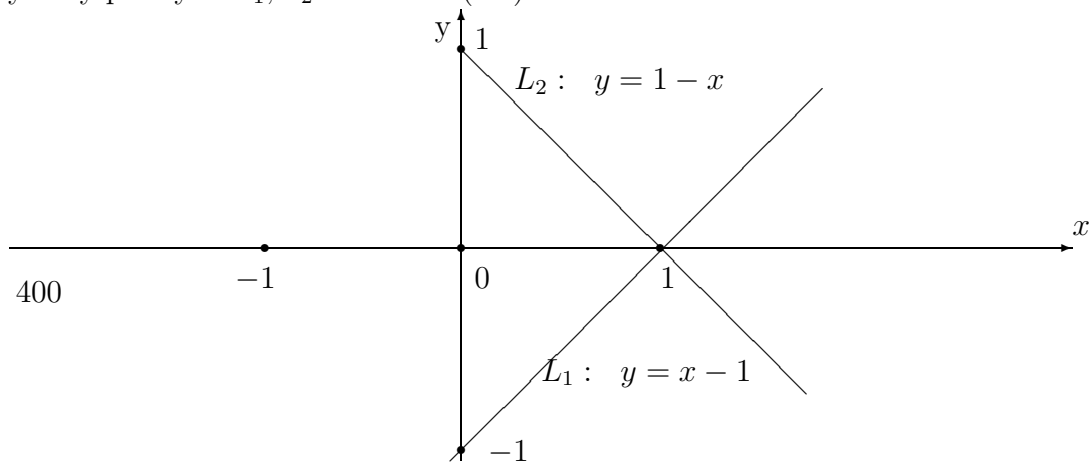
Proste L_1 i L_2 o współczynnikach

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, & b_1 &= 1, \\ a_2 &= -1, & b_2 &= 1 \end{aligned}$$

są prostopadłe ponieważ ich współczynniki a_1, a_2 spełniają warunek konieczny i dostateczny (1.6) prostopadłości prostych na płaszczyźnie.

$$a_2 = -\frac{1}{a_1} = -\frac{(1)}{1} = -1.$$

Wykresy prostych L_1, L_2 o równań (1.7)



Przykład 1.6 Wyznacz równanie prostej L prostopadłej do prostej

$$L_0 : y = x + 2$$

przechodzącej przez punkt

$$P = (2, -2).$$

Podaj wykres prostej L_0 i prostej L .

Rozwiązanie.

Prosta L prostopadła do prostej L_0 ma współczynnik kierunkowy równy negatywnej odwrotności współczynnika $a = 1$ prostej L_0 .

Wtedy równanie prostej

$$L : y = -\frac{1}{(1)}x + b = b - x.$$

Ponieważ prosta L przechodzi przez punkt $P = (2, 0)$ to współrzędne tego punktu spełniają równanie

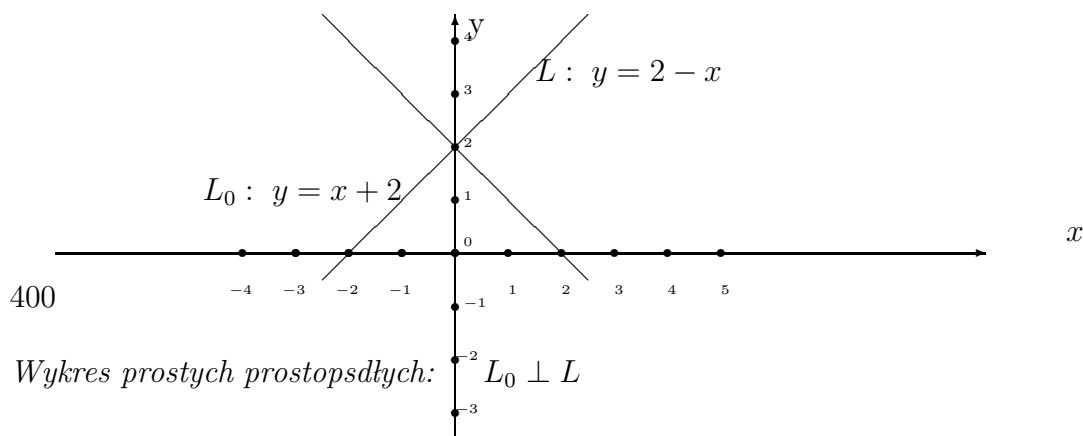
$$0 = b - 2$$

z którego obliczmy wyraz wolny

$$b = 2.$$

Skąd otrzymujemy równanie prostej

$$L : y = 2 - x.$$



1.4 Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

² Równania prostej przechodzącej przez dwa dane punkty nie obejmuje prostych prostopadłych do osi x .

²Tutaj używamy uproszczonych oznaczeń $y = y(x)$, $y_0 = y(x_0)$, $y_1 = y(x_1)$

Równanie prostej przechodzącej przez dwa różne punkty o współrzędnych

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \quad \text{dla} \quad x_0 \neq x_1$$

piszemy jako następującą zależność współrzędnej y od współrzędnej x :

$$y = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1}y_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}y_1. \quad (1.8)$$

Istotnie, gdy $x = x_0$ to $y = y_0$ lub gdy $x = x_1$ to $y = y_1$.
To znaczy, że punkty (x_0, y_0) , (x_1, y_1) leżą na prostej.

Przykład 1.7 *Napisz równanie prostej, która przechodzi przez dwa punkty*

$$(x_0, y_0) = (-1, 0) \quad \text{i} \quad (x_1, y_1) = (0, 1).$$

Sprawdź, który z punktów $(1, 1)$, $(1, 2)$ leży na prostej.

Rozwiązanie:

Piszemy równanie prostej przechodzącej przez punkty

$$(x_0, y_0) = (-1, 0) \quad \text{i} \quad (x_1, y_1) = (0, 1)$$

podstawiając do wzoru (1.8) ich współrzędne znajdujemy równanie prostej

$$\begin{aligned} y &= \frac{x - x_1}{x_0 - x_1}y_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}y_1, \\ &= \frac{x - 0}{-1 - 0} * 0 + \frac{x + 1}{0 + 1} * 1, \\ &= x + 1. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Równanie prostej przechodzącej przez punkty $(-1, 0)$ i $(0, 1)$

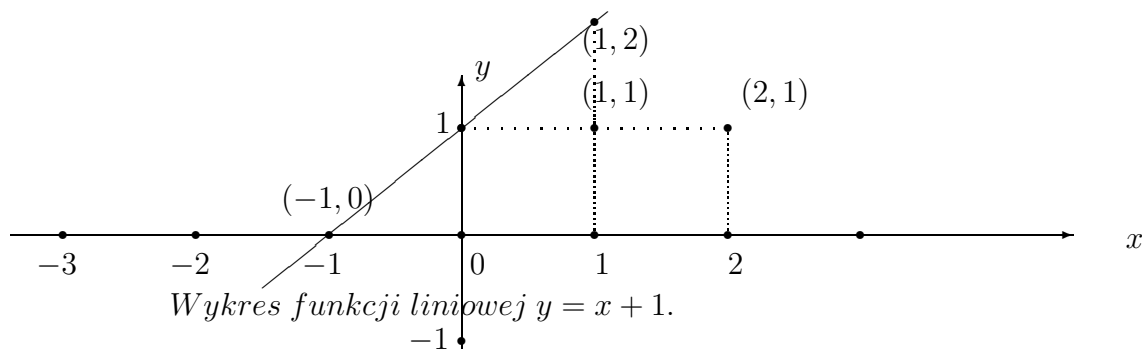
$$y = x + 1.$$

Punkt $(1, 1)$ nie leży na prostej $y = x + 1$ ponieważ jego współrzędne nie spełniają równania tej prostej bo

$$1 \neq 1 + 1$$

Natomiast punkt $(1, 2)$ leży na prostej $y = x + 1$ ponieważ jego współrzędne spełniają równanie tej prostej bo

$$2 = 1 + 1$$



Zauważmy, że równania prostej określonej przez funkcję liniową

$$y(x) = ax + b$$

lub prostej wyznaczonej przez dwa różne punkty nie obejmują położenia prostych prostopadłych do osi x .

Natomiast równanie ogólne prostej, które obejmuje wszystkie możliwe położenia prostej na płaszczyźnie rozpatrujemy w następnej sekcji.

1.5 Równanie ogólne prostej na płaszczyźnie

Ogólne równanie prostej na płaszczyźnie

$$ax + by + c = 0, \quad a^2 + b^2 > 0, \quad (1.9)$$

gdzie współczynniki a, b nie znikają jednocześnie dla $a^2 + b^2 > 0$.

Przykład 1.8 *Współczynniki równania*

$$x + y - 1 = 0$$

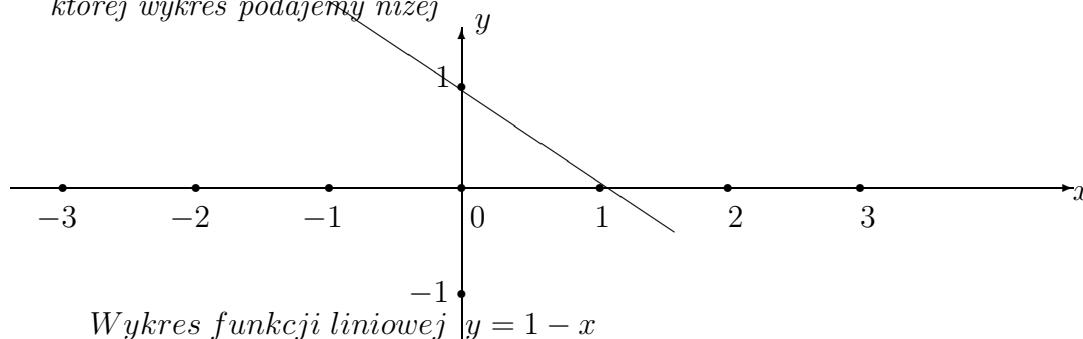
$a = 1$, $b = 1$, $c = -1$ nie znikają jednocześnie bo

$$a^2 + b^2 = 1^2 + 1^2 = 2 > 0.$$

Równanie tej prostej możemy napisać w postaci funkcji liniowej

$$y = 1 - x$$

której wykres podajemy niżej

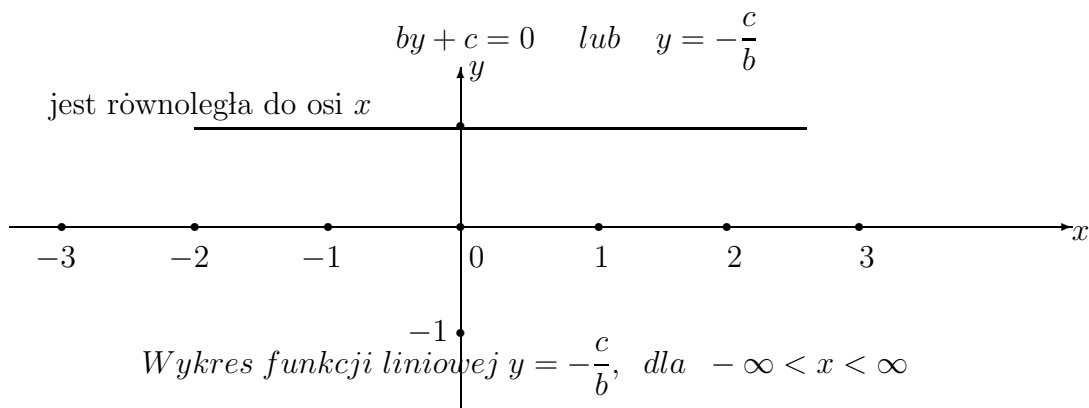


Rozpatrzmy trzy pozycje położenia prostej L o równaniu ogólnym

$$ax + by + c = 0, \quad a^2 + b^2 > 0$$

1. Prosta L jest równoległa do osi x , jeżeli współczynnik $a = 0$, natomiast współczynnik $b \neq 0$.

Wtedy prosta o równaniu



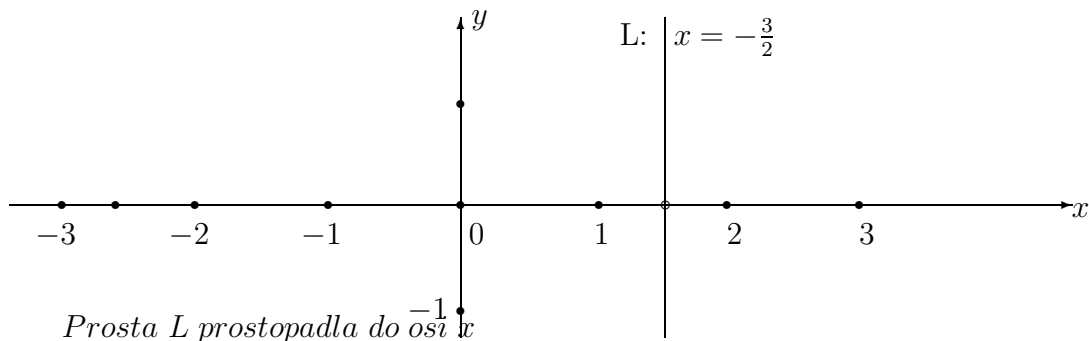
2. Prosta L jest prostopadła do osi x , jeżeli współczynnik $b = 0$, natomiast współczynnik $a \neq 0$.

Wtedy prosta o równaniu

$$ax + c = 0 \quad \text{lub} \quad x = -\frac{c}{a}, \quad \text{dla} \quad -\infty < y < \infty$$

jest prostopadła do osi x .

Wykres prostej L o równaniu $2x + 3 = 0$ lub $x = -\frac{3}{2}$, dla $-\infty < y < \infty$ podajemy niżej



3. Prosta L o równaniu

$$ax + by + c = 0, \quad \text{gdy} \quad a \neq 0, \quad \text{i} \quad b \neq 0$$

przecina oś x w punkcie $(-\frac{c}{a}, 0)$ oraz oś y w punkcie $(0, -\frac{c}{b})$

Przykład 1.9 Podaj wykres i znajdź punkty przecięcia prostej

$$x + y - 1 = 0$$

z osią x i z osią y

Rozwiązanie.

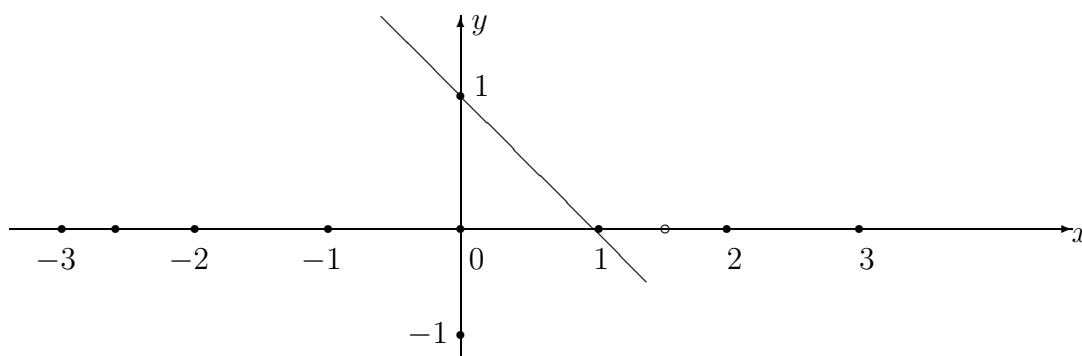
Dla prostej L o współczynnikach $a = 1$, $b = 1$, $c = -1$ obliczamy współrzędną x punktu przecięcia prostej $x + y - 1 = 0$ z osią x , gdy $y = 0$

$$x = -\frac{c}{a} = -\frac{(-1)}{1} = 1$$

współrzędną punktu przecięcia prostej $x + y - 1 = 0$ z osią y , gdy $x = 0$

$$y = -\frac{c}{b} = -\frac{(-1)}{1} = 1.$$

Wykres prostej o równaniu $x + y - 1 = 0$.



1.6 Proste równoległe. Równanie ogólne.

Rozpatrzmy dwie proste L_1 i L_2 o równaniach w formie ogólnej

$$\begin{aligned} L_1 : \quad a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ L_2 : \quad a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \end{aligned} \tag{1.10}$$

Proste L_1 i L_2 o równaniach (1.10) są równoległe, jeżeli współczynniki a_1, b_1 są proporcjonalne do współczynników a_2, b_2 , to znaczy

$$a_1 = k * a_2, \quad b_1 = k * b_2 \tag{1.11}$$

dla pewnej liczby $k \neq 0$, którą nazywamy współczynnikiem proporcji.

Przykład 1.10 *Sprawdź czy proste*

$$\begin{aligned} L_1 : x - y + 1 &= 0, \\ L_2 : x - y - 1 &= 0 \end{aligned} \tag{1.12}$$

są równoległe.

Podaj wykresy prostych L_1 i L_2 .

Rozwiązanie.

Proste L_1 i L_2 są równoległe ponieważ ich współczynniki

$$a_1 = 1, \quad b_1 = -1,$$

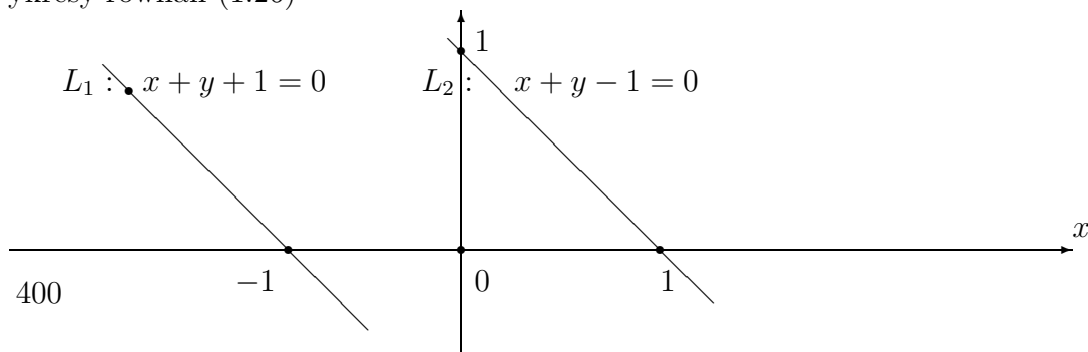
$$a_2 = 1, \quad b_2 = -1,$$

spełniają warunek proporcji (1.11)

$$1 = 1 * 1, \quad -1 = -1 * 1$$

dla współczynnika proporcji $k = 1$

Wykresy równań (1.26)



Zauważmy, że prosta o równaniu

$$ax + by + c = 0$$

- przecina oś y , w punkcie $(0, -\frac{c}{b})$, gdy $x = 0$, wtedy prosta jest równoległa do osi x

$$by + c = 0, \quad i \quad y = -\frac{c}{b}, \quad dla \quad b \neq 0, \quad -\infty < y < \infty.$$

- przecina oś x , w punkcie $(-\frac{c}{a}, 0)$, gdy $y = 0$, wtedy prosta jest równoległa do osi y

$$ax + c = 0, \quad i \quad x = -\frac{c}{a} \quad dla \quad a \neq 0, \quad -\infty < x < \infty.$$

- dwie proste o równaniach

$$\begin{aligned} L_1 : \quad a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ L_2 : \quad a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \end{aligned} \tag{1.13}$$

przecinają się w punkcie (x_0, y_0) , jeżeli ten punkt spełnia równania tych prostych

$$\begin{aligned} L_1 : \quad a_1x_0 + b_1y_0 + c_1 &= 0 \\ L_2 : \quad a_2x_0 + b_2y_0 + c_2 &= 0 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Przykład 1.11 *Podaj położenie na płaszczyźnie (x, y) dwóch prostych o równaniach*

$$\begin{aligned} x - y &= 0, \\ x + y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Znajdź ich punkty przecięcia z osiami x i y oraz punkt przecięcia tych prostych.

Rozwiązanie. Prosta o równaniu $x - y = 0$ przecina oś x i oś y , gdy $y = 0$, lub $x = 0$, wtedy $x = y = 0$. Zatem ta prosta przechodzi przez początek układu współrzędnych, przez punkt $(0, 0)$.

Prosta o równaniu $x + y - 1 = 0$ przecina oś x , gdy $y = 0$. Wtedy mamy równanie

$$x - 1 = 0, \quad \text{ i } \quad x = 1.$$

Prosta o równaniu $x + y - 1 = 0$ przecina oś y , gdy $x = 0$. Wtedy mamy równanie

$$y - 1 = 0, \quad \text{ i } \quad y = 1.$$

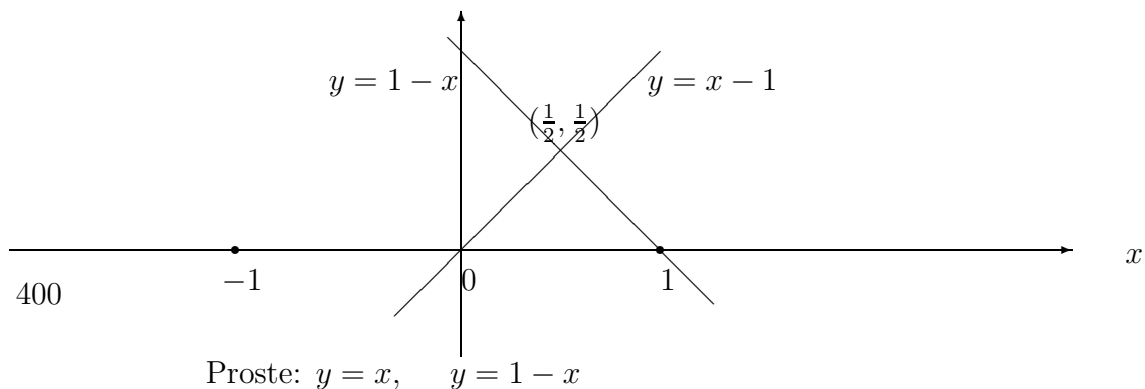
Zatem prosta ta przecina oś x w punkcie $(1, 0)$ i przecina oś y w punkcie $(0, 1)$. Dwie proste przecinają się w punkcie (x_0, y_0) , gdy współrzędne tego punktu spełniają oba równania, to znaczy

$$\begin{aligned} x_0 - y_0 &= 0, \quad y_0 = x_0, \\ x_0 + y_0 - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Podstawiając $y_0 = x_0$ do drugiego równania znajdujemy

$$x_0 + y_0 - 1 = 0, \quad 2x = 1, \quad x = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{1}{2}.$$

Zatem proste przecinają się w punkcie $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$



1.7 Proste prostopadłe. Równanie ogólne

Rozpatrzmy dwie proste L_1 i L_2 o równaniach w formie ogólnej

$$\begin{aligned} L_1 : \quad a_1x + b_1y + c_1 &= 0, \\ L_2 : \quad a_2x + b_2y + c_2 &= 0. \end{aligned} \tag{1.15}$$

Proste L_1 i L_2 o równaniach (1.15) są prostopadłe, wtedy i tylko wtedy, jeżeli współczynniki a_1, b_1 i a_2, b_2 spełniają równanie

$$a_1 * b_1 + a_2 * b_2 = 0. \tag{1.16}$$

Przykład 1.12 *Sprawdź czy proste*

$$\begin{aligned} L_1 : \quad 2x - y - 2 &= 0, \\ L_2 : \quad x + 2y + 2 &= 0 \end{aligned} \tag{1.17}$$

są prostopadłe.

Podaj wykresy prostych L_1 i L_2 .

Rozwiązanie.

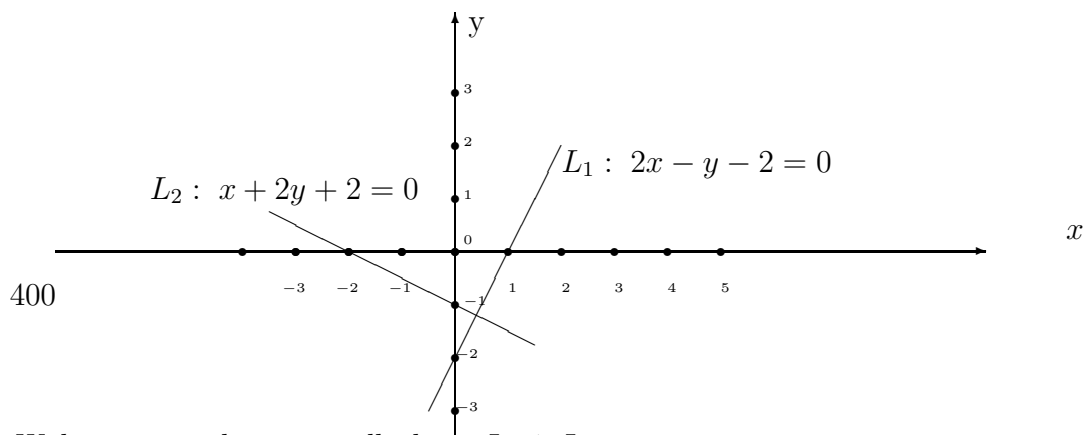
Proste L_1 i L_2 są prostopadłe ponieważ ich współczynniki

$$a_1 = 2, \quad b_1 = -1,$$

$$a_2 = 1, \quad b_2 = 2,$$

spełniają warunek proporcji (1.16)

$$2 * 1 + (-1) * 2 = 0.$$



Wykres prostych prostosdłych: $L_1 \perp L_2$.

1.8 Równanie parametryczne prostej

Równanie parametryczne prostej L przechodzącej przez dwa punkty

$$P = (x_1, y_1) \quad i \quad Q = (x_2, y_2)$$

piszemy w postaci

$$L(t) = P + (Q - P)t, \quad -\infty < t < +\infty \quad (1.18)$$

lub w postaci

$$L(t) = Q * t + (1 - t)P, \quad -\infty < t < +\infty. \quad (1.19)$$

Zauważmy, że punkty P i Q leżą na prostej $L(t)$, ponieważ dla parametru $t = 0$ mamy punkt

$$L(0) = P$$

i dla parametru $t = 1$ mamy punkt

$$L(1) = Q.$$

Jeżeli parametr t zmienia się od 0 do 1 to punkt $L(t)$ zmienia się wzdłuż odcinka o początku w punkcie P i końcu w punkcie Q . Natomiast, jeżeli parametr t zmienia się od $-\infty$ do $+\infty$, to punkt $L(t)$ przebiega całą prostą L .

Wtedy prosta L jest równoległa do wektora

$$\vec{v} = Q - P$$

o współrzędnych

$$\vec{v} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1).$$

Parametryczne równanie prostej $L(t)$ piszemy również we współrzędnych

$$\begin{aligned}x(t) &= x_1 + t * x_2, \\y(t) &= y_1 + t * y_2,\end{aligned}\tag{1.20}$$

dla parametru $t \in (-\infty, +\infty)$.

Przykład 1.13 .

- (i) Znajdź równanie parametryczne prostej $L(t)$ przechodzącej przez dwa punkty $P = (0, -1)$ i $Q = (2, 1)$
(ii) Podaj wykres prostej $L(t)$.

Rozwiązanie (i)

Podstawiając do parametrycznego równania prostej (1.19) dane punkty

$$P = (0, -1) \text{ i } Q = (2, 1)$$

otrzymamy równanie

$$L(t) = L(t) = (2, 1)t + (1 - t)(0, -1)\tag{1.21}$$

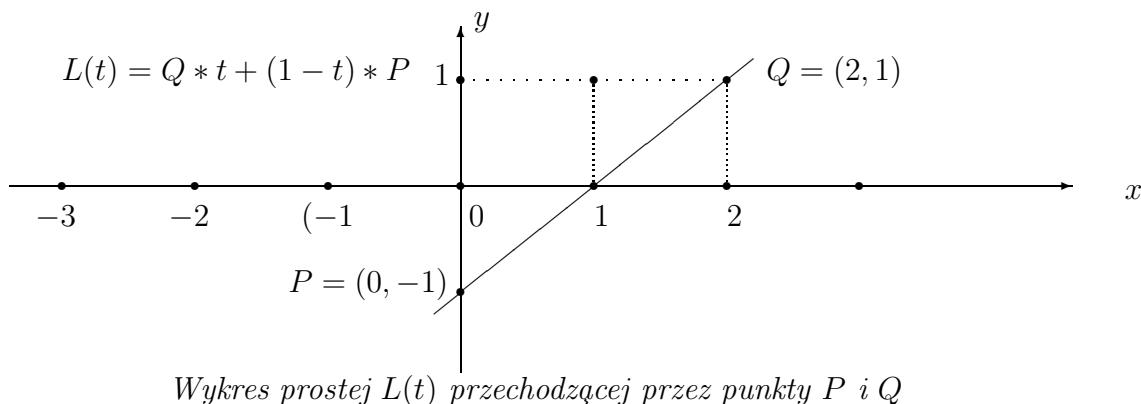
Równania (1.20) piszemy we współrzędnych

$$\begin{aligned}x(t) &= 2t, \\y(t) &= 2t - 1,\end{aligned}\tag{1.22}$$

dla parametru $t \in (-\infty, +\infty)$.

Rozwiązanie (ii).

Wykres prostej $L(t)$ określonej przez parametryczne równanie (1.22) podajemy niżej



1.9 Zadania

Zadanie 1.1 .

(i) Narysuj linię prostą na płaszczyźnie, w układzie współrzędnych x, y , przechodzącą przez dwa punkty

$$P = (-1, -2) \text{ i } Q = (2, 1).$$

(ii) Oblicz współczynniki funkcji liniowej

$$y(x) = ax + b,$$

przechodzącej przez punkty $P = (-1, -2)$ i $Q = (2, 1)$.

Zadanie 1.2 Podaj położenie na płaszczyźnie (x, y) dwóch prostych L_1 i L_2 o równaniach

$$L_1 : y = 2x - 1, \quad L_2 : y = 1 - 2x.$$

Znajdź punkt przecięcia prostych L_1 i L_2 .

Zadanie 1.3 Napisz równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

$$P = (x_0, y_0) = (-1, -1) \text{ i } Q = (x_1, y_1) = (1, 1).$$

Sprawdź który z punktów $P_0 = (0, 1)$, $Q_0 = (2, 2)$ leży na prostej.

Zadanie 1.4 .

(i) Sprawdź, które z punkty

$$P_1 = (0, 0), \quad Q_1 = (1, 1),$$

$$P_2 = (0, 2), \quad Q_2 = (2, 0)$$

leżą na prostych L_1 lub L_2 o równaniach

$$L_1 : y_1(x) = 2x, \quad L_2 : y_2(x) = 2 - x. \quad (1.23)$$

(ii) Znajdź punkt przecięcia prostych L_1 , L_2 . Podaj wykres tych prostych.

Zadanie 1.5 Sprawdź czy proste

$$\begin{aligned} L_1 : y &= 3x + 1, & L_3 : y &= 2x + 3 \\ L_2 : y &= 3x - 1, & L_4 : y &= 3x - 3 \end{aligned} \quad (1.24)$$

są równoległe.

Podaj wykresy prostych L_1 i L_2 .

Zadanie 1.6 Wyznacz równanie prostej L równoległej do prostej

$$L_0 : y = 1 - x$$

przechodzącej przez punkt

$$P = (-1, 1).$$

Podaj wykres prostej L_0 i prostej L .

Zadanie 1.7 Sprawdź czy proste

$$\begin{aligned} L_1 : y &= 0.5x - 1, \\ L_2 : y &= 1 - 2x, \end{aligned} \tag{1.25}$$

są prostopadłe.

Podaj wykresy prostej L_1 i L_2 .

Zadanie 1.8 Wyznacz równanie prostej L prostopadłej do prostej

$$L_0 : y = 2 - x$$

przechodzącej przez punkt

$$P = (-1, -1).$$

Podaj wykres prostej L_0 i prostej L

Zadanie 1.9 Napisz równanie prostej, która przechodzi przez dwa punkty

$$P = (x_0, y_0) = (-1, 2) \quad i \quad Q = (x_1, y_1) = (0, 1).$$

Sprawdź, który z punktów $(1, 0)$, $(2, -1)$ leży na prostej.

Zadanie 1.10 Znajdź współczynniki a, b, c równania prostej L w formie ogólnej

$$L : ax + by + c = 0$$

przechodzącej przez punkty

$$P = (-2, 2), \quad Q = (1, 0)$$

Zadanie 1.11 Podaj wykres i znajdź punkty przecięcia prostej

$$2x + y - 4 = 0$$

z osią x i z osią y .

Zadanie 1.12 Sprawdź czy proste

$$\begin{aligned} L_1 : 2x - y + 1 &= 0, \\ L_2 : 4x - 2y - 1 &= 0, \end{aligned} \tag{1.26}$$

są równoległe.

Podaj wykresy prostej L_1 i L_2 .

Zadanie 1.13 *Podaj położenie na płaszczyźnie (x, y) dwóch prostych o równaniach*

$$L_1 : 2x - y = 0,$$

$$L_2 : x + 2y - 1 = 0.$$

Znajdź punkty przecięcia prostych L_1, L_2 z osiami x i y . Znajdź punkt przecięcia prostych L_1, L_2 .

Zadanie 1.14 *Sprawdź czy proste*

$$L_1 : 3x - y - 1 = 0,$$

$$L_2 : x + 3y + 1 = 0, \tag{1.27}$$

są prostopadłe.

Podaj wykresy prostych L_1 i L_2 .

Zadanie 1.15 .

- (i) Znajdź równanie parametryczne prostej $L(t)$ przechodzącej przez dwa punkty $P = (1, -1)$ i $Q = (2, -1)$*
(ii) Podaj wykres prostej $L(t)$.