

Temat 1: Liczby naturalne parzyste i nieparzyste.

Zbiór liczb naturalnych składa się z dwóch podzbiorów rozłącznych z podzbioru liczb parzystych i podzbioru liczb nieparzystych.

Liczby parzyste. Liczby parzyste zapisujemy wzorem

$$n = 2k, \quad \text{dla } k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

Mamy więc ciąg nieskończony liczb parzystych

$$0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots;$$

Liczby nieparzyste. Podobnie, liczby nieparzyste zapisujemy wzorem

$$n = 2k + 1, \quad \text{dla } k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

Zatem mamy ciąg nieskończony liczb nieparzystych

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots;$$

Zauważmy, że liczby parzyste dzielą się przez 2, natomiast liczby nieparzyste dzielą się przez 2 z resztą 1.

Przykład 0.1 Suma trzech kolejnych liczb parzystych równa jest 84. Znajdź te liczby.

Rozwiązanie:

Zapisujemy kolejne liczby parzyste

$$2k - 2, \quad 2k, \quad 2k + 2,$$

Ich suma

$$(2k - 2) + 2k + (2k + 2) = 6k = 84$$

Obliczamy k

$$6k = 84, \quad k = 84 : 6 = 14$$

Obliczmy trzy kolejne liczby parzyste

$$2k - 2 = 2 * 14 - 2 = 26$$

$$2k = 2 * 14 = 28$$

$$2k + 2 = 2 * 14 + 2 = 30$$

Sprawdzenie:

Obliczamy sumę trzech kolejnych liczb parzystych

$$26 + 28 + 30 = 84.$$

Zadanie 0.1 Suma czterech kolejnych liczb parzystych równa jest 132. Znajdź te liczby.

Zadanie 0.2 Suma pięciu kolejnych liczb parzystych równa jest 80. Znajdź te liczby.

Zadanie 0.3 Ile jest liczb parzystych dwucyfrowych? Wypisz wszystkie liczby dwucyfrowe parzyste mniejsze od 36.

Zadanie 0.4 Znajdź wzór ogólny na sumę wszystkich liczb parzystych.

Zadanie 0.5 Oblicz sumę 100 kolejnych liczb parzystych

Przykład 0.2 Suma trzech kolejnych liczb nieparzystych równa jest 51. Znajdź te liczby.

Rozwiązanie:

Kolejne liczby nieparzyste to

$$2k + 1, \quad 2k + 3, \quad] \quad 2k + 5.$$

Ich suma

$$(2k + 1) + (2k + 3) + (2k + 5) = 6k + 9 = 51.$$

Obliczamy k:

$$6k + 9 = 51, \quad 6k = 51 - 9 = 42, \quad k = 42 : 6 = 7.$$

Obliczmy trzy kolejne liczby nieparzyste

$$2k + 1 = 2 * 7 + 1 = 15$$

$$2k + 3 = 2 * 7 + 3 = 17,$$

$$2k + 5 = 2 * 7 + 5 = 19.$$

Sprawdzenie: Suma trzech kolejnych liczb nieparzystych

$$15 + 17 + 19 = 51.$$

Zadanie 0.6 Suma czterech kolejnych liczb nieparzystych równa jest 64. Znajdź te liczby.

Zadanie 0.7 Suma pięciu kolejnych liczb nieparzystych równa jest 85. Znajdź te liczby.

Zadanie 0.8 Ile jest liczb nieparzystych dwucyfrowych? Wypisz wszystkie liczby dwucyfrowe nieparzyste większe od 76

Zadanie 0.9 Znajdź wzór ogólny na sumę wszystkich liczb nieparzystych.

Zadanie 0.10 Oblicz sumę 100 kolejnych liczb nieparzystych.

Zadanie 0.11 Wykaż, że suma

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^n$$

jest nieparzysta dla n parzystego oraz jest parzysta dla n nieparzystego

Zadanie 0.12 Wykaż, że dla każdego naturalnego n wartość wyrażenia algebraicznego

$$n^2 + n + 1$$

jest liczbą nieparzystą.