SZKOŁA PODSTAWOWA HELIANTUS
02-892 WARSZAWA
ul. BAŻANCIA 16

LEKCJA 7.3,

System pozycyjny ósemkowy. Oktalny

10 godziny lekcyjne po 45 minut

Tadeusz STYŠ

.

Contents

Chapter 1

System ósemkowy. Oktalny

1.1 Ogólna forma systemów pozycyjnych liczbowych

Ogólna forma systemów pozycyjnych liczbowych ma postać wielomianu

$$\alpha_{n-1}\rho^{n-1} + \alpha_{n-2}\rho^{n-2} + \cdots + \alpha_2\rho^2 + \alpha_1\rho + \alpha_0, \tag{1.1}$$

gdzie liczbę naturalną $\rho \geq 2$ nazywamy podstawą systemu liczbowego. Natomiast współczynniki $\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, ..., \alpha_1, \alpha_0$ nazywamy cyframi systemu liczbowego.
Cyfry systemu liczbowego o podstawie ρ są to liczby jednocyfrowe:

$$0, 1, 2, 3, ..., \rho - 1$$

z których tworzone są liczby systemu. Ilość cyfr zależy od podstawy ρ i jest równa ρ.
Samą liczbę x piszemy umownie jako następujący ciąg cyfr

$$x = (\alpha_{n-1}\alpha_{n-2}...\alpha_1\alpha_0)_\rho$$

W systemie pozycyjnym ósemkowym podstawa $\rho = 8$. Wielomian jest wyrażeniem algebraicznym

$$a_{n-1}8^{n-1} + a_{n-2}8^{n-2} + \cdots + a_1 8^1 + a_0 8^0 = (a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0)_8$$

Cyfry systemu ósemkowego to liczby

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

Zatem, współczynniki systemu ósemkowego [1]

$$(\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_{n-1})_8$$

przyjmują wartoći $0, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.
Na przykład, liczba ósemkowa $x = (\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0)_8 = (1257)_8$ ma
ilość jedności $8^0 = 1,\ \alpha_0 = 7$,
ilość ósemek $8^1,\ \alpha_1 = 5$,
ilość kwadratów ósemek $8^2,\ \alpha_2 = 2$
ilość kubików ósemek $8^3,\ \alpha_3 = 1$.

[1] Liczby oktalne piszemy $(\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_{n-1})_8$ w nawiasie z ideksem na dole 8

Zauważmy, że w systemie dziesiętnym podstawą jest liczba 10. W systemie dziesiętnym piszemy liczby używając 10-ciu cyfr

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Natomiast w systemie ósemkowym podstawą jest liczba 8. W ósemkowym systemie jest osiem cyfr

$$0, 1, 3, 4, 5, 6, 7$$

które są jednocześnie liczbami jednocyfowymi ósemkowymi.
Liczby ósemkowe dwucyfrowe piszemy w ogólnej postaci

$$a_1 * 8 + a_0 = (a_1 a_0)_8$$

gdzie cyfrą ósemek jest współczynnik a_1, cyfrą jedności jest współczynnik a_0

Przykład 1.1 *Liczba ósemkowa* $\quad x = (65)_8$

$$6 * 8 + 5 * 8^0 = (65)_8.$$

Tytaj cyfrą ósemek jest współczynnik $a_1 = 6$*, cyfra jedności współczynnik* $a_0 = 5$*. Wartość tej liczby ósemkowej w zapisie dziesiętnym jest równa* 53*.*
Rzeczywiście, obliczmy wartość dziesiętną liczby ósemkowej $(65)_8$

$$(65)_8 = 6 * 8 + 5 * 1 = 53$$

Liczby ósemkowe trzycyfrowe piszemy w ogólnej postaci

$$a_2 * 8^2 + a_1 * 8^1 + a_0 * 8^0 = (a_2 a_1 a_0)_2$$

gdzie kolejne potęgi ósemki

$$8 * 8 = 8^2, \;\; 8^1 = 8, \;\; 8^0 = 1.$$

Przykład 1.2 *Na przykład liczbę ósemkową* $x = (256)_8$ *w ogólnym zapisie piszemy*

$$a_2 * 8^2 + a_1 * 8^1 + a_0 * 8^0 = (a_2 a_1 a_0)_2,$$

$$2 * 8^2 + 5 * 8^1 + 6 * 8^0 = (256)_8,$$

gdzie cyfra ósemkowa $a_2 = 2$ *jest wpółczynnikiem przy* 8^2*,*
cyfra ósemkowa $a_1 = 5$ *jest wpółczynnikiem przy* 8*,*
cyfra ósemkowa jedności $a_0 = 6$*.*
Wartość tej liczby w systemie dziesięnym

$$(256)_8 = 2 * 2^2 + 5 * 8^1 + 6 * 8^0 = 174$$

Ogólnie liczby n-cyfrowe w pozycyjnym systemie ósemkowym piszemy jako współczynniki wyrażenia algebraicznego

$$a_{n-1} 8^{n-1} + a_{n-2} 8^{n-2} + \cdots + a_1 8^1 + a_0 * 8^0 = (a_{n-1} a_{n-2} ... a_1 a_0)_8$$

Przykład 1.3 *Niech* $n = 5$*, wtedy liczbę ósemkową czterocyfową* $x = (1024)_8$*.*
piszemy w postaci wyrażenia arytmetycznego

$$1 * 8^3 + 0 * 8^2 + 2 * 8^1 + 4 * 8^0 = (1024)_8$$

gdzie wpsółczynnik przy 8^3 *jest równy* $a_3 = 1$*,*
wpsółczynnik przy 8^2 *jest równy* $a_2 = 0$*,*
wpsółczynnik przy 8^1 *jest równy* $a_1 = 2$*,*
wpsółczynnik jedności przy 8^0 *jest równy* $a_0 = 4$*,*
Obliczmy wartość dziesiętną tej liczby

$$1 * 8^3 + 0 * 8^2 + 2 * 8^1 + 4 * 8^0 = 512 + 16 + 4 = 536$$

1.1.1 Przeliczanie liczb dziesiętnym na liczby ósemkow

Każdą liczbę dziesiętną można przeliczyć na liczbę ósemkową, oktalną. Tak jak dla systemu binarnego to przeliczanie jest proste. Mianowicie, dzielimy liczbę dziesiętną przez 8 i piszemy resztę. Następnie część całkowitą tego dzielenia dzielimy przez 8 i piszemy resztę. Dalej kontynuujemy dzielenie części całkowitych przez 8 zapisując ich reszty tak długo aż w wyniku dzielenia przez 8 otrzymamy część całkowitą równą 0.
Liczbę ósemkową otrzymujemy pisząc reszty z dzielenia w kolejności zaczynając od ostatniej reszty i kończąc na pierwszej reszcie jako cyfrze ósemkowej jedności. Zobaczmy przeliczanie liczb dziesiętnych na ósemkowe na przykładach.

Przykład 1.4 *Przelicz liczbę dziesiętną $x = 38$ na liczbę ósemkową*

Wykonujemy dzielenia liczby dziesiętnej $x = 38$ przez 8

$$\begin{array}{ll} \frac{38}{8} = 4 + \frac{6}{8} & \textit{reszta } r_0 = 6 \quad \textit{bo} \quad 38 = 8 * 4 + 6 \\ \frac{4}{8} = 0 & \textit{reszta } r_1 = 4 \quad \textit{bo} \quad 4 = 0 + 4 * 1 \end{array}$$

Pisząc reszty w kolejności od ostatniej do pierwszej otrzymamy liczbę ósemkową

$$x = (r_1 r_0)_8 = (46)_8$$

Powtórzmy kolejne dzielenia liczby 38 przez 8 według innego stosowanego schematu

Liczba $x/2$	*Reszta z dzielenia przez 2*
$38/8 = 4$	6
$4/8 = 0$	4

W wyniku otrzymujemy liczbę ósemkową pisząc reszty w kolejności od ostatniej do pierwszej

$$x = (46)_8$$

Sprawdzenie:

$$x = (46)_8 = 4 * 8 + 6 * 8^0 = 8 + 1 = 38.$$

1.1.2 Schemat ogólny przeliczania liczb z sytemu dziesiętnego na ósemkowy

Podobnie jak w wyżej w podanych przykładach, w schemacie ogólnym dzielimy liczbę dziesiętną x przez 8.

$$\frac{x}{2} = k_0 + \frac{r_0}{2}, \quad x = 2 * k_0 + r_0$$

gdzie k_0 to całość i r_0 to reszta z dzielenia x przez 8

1.1.3 Algorytm

Zapiszmy powyższe kolejne dzielenia przez 8 w następującym schemacie

Liczba x	*Reszta*
==========	====
$x/8 = k_0 + r_0/8$	r_0
$k_0/8 = k_1 + r_1/8$	r_1
$k_1/8 = k_2 + r_2/8$	r_2
$k_2/8 = k_3 + r_3/8$	r_3
$\dots$	$\dots$
$k_{m-2}/8 = k_{m-1} + r_{m-1}/8$	r_{m-1}
$k_{m-1}/8 = 0 + r_m/8$	r_m

W wyniku otrzymujemy liczbę ósemkową pisząc reszty w kolejności od ostatniej do pierwszej

$$x = (r_m r_{m-1} r_{m-2} ... r_1 r_0)_8$$

1.1.4 Dowód algorytmu

[2] Zauważmy, że wyżej podany algorytm prowadzi do przeliczenia liczby dziesiętnej x na liczbę ósmkową.
Z tego algorytmu znajdujemy

$$\begin{array}{rcll}
x & = & 8k_0 + r_0 & | \; k_0 = 8k_1 + r_1 \\
 & = & 8^3 k_2 + 8^2 r_2 + 8r_1 + r_0 & | \; k_2 = 8k_3 + r_3 \\
 & = & 8^4 k_3 + 8^3 r_3 + 8^2 r_2 + 8r_1 + r_0 & | \; k_3 = 8k_4 + r_4 \\
\dots & & \dots\dots\dots\dots & | \; \dots\dots\dots \\
 & = & 8^{m-1} k_{m-2} + 8^{m-2} r_{m-2} + \cdots + 8^2 r_2 + 8r_1 + r_0 & | \; k_{m-2} = 8k_{m-1} + r_{m-1} \\
 & = & 8^m k_m + 8^{m-1} r_{m-1} + \cdots + 8^2 r_2 + 8r_1 + r_0 & | \; k_{m-1} = 8k_m + r_m \\
 & = & 8^m r_m + 8^{m-1} r_{m-1} + \cdots + 8^2 r_2 + 8r_1 + r_0 & | \; k_m = r_m \\
 & = & (r_m r_{m-1} r_{m-2} ... r_2 r_1 r_0)_8 & |
\end{array}$$

Zastosujmy powyższy algorytm przeliczając liczbę dziesiętną $x = 256$ na ósemkową.

Liczba x/8	*Reszta z dzielenia przez 8*
======	================
$256/8 = 32$	0
$32/8 = 4$	0
$4/8 = 0$	4

W wyniku otrzymujemy liczbę ósemkową pisząc reszty z powyższej tabeli w kolejności od ostatniej do pierwszej

$$x = 256 = (400)_8$$

Sprawdzenie:

$$x = (400)_8 = 4 * 8^2 + 0 * 8^1 + 0 * 8^0 = 256.$$

[2] Dowód można pominąć. Zanajomość dowodu algorytmu jest nie konieczna w przeliczaniu

1.1.5 Operacje arytmetyczne w systemie ósemkowym

Operacje arytmetyczne w systemie ósemkowym dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wykonujemy w podobny sposób jak w systemie dziesiętnym. Przypominamy, że w systemie dziesiętnym uzupełniamy do podstawy $\rho = 10$ wykonując operacje na liczbach (cyfrach dziesiętnych),$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Podobnie w systemie binarnym uzupełniamy do podstawy $\rho = 2$ wykonując operacje na liczbach (cyfrach octalnych) $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

1.1.6 Oktalne dodawanie

Tabliczka oktalnego dodawania

	Dodawanie				oktalnego			
+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	10	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Dodawanie ósemkowe wyjaśniamy na przykładach

Przykład 1.5 *Wykonaj dodawanie ósemkowe liczb dziesiętnych* 25 *i* 13

Liczba dziesiętna 25 w zapisie oktalnym $25 = (31)_8$, liczba dziesiętna 13 w zapisie oktalnym $13 = (15)_8$.
Wykonujemy pisemne ósemkowe dodawanie $(31)_8 + (13)_8$, stosując tabliczkę ósemkowego dodawania.

$$\begin{array}{rr} & 31 \\ + & 15 \\ & -- \\ & 46 \end{array}$$

Sprawdzenie:

$$(46)_8 = 4 * 8 + 6 * 8^0 = 38.$$

1.1.7 Oktalne odejmowanie

Tabliczka oktalnego odejmowania

	Odejmowanie				oktalne			
-	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
1	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
2	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
3	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
4	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
5	5	4	3	2	1	0	-1	-2
6	6	5	4	3	2	1	0	-1
7	7	6	5	4	3	2	1	0

Odejmowanie oktalne wyjaśniamy na przykładach

Przykład 1.6 *Wykonaj odejmowanie oktalne liczb dziesiętnych* 9 *i* 8

Liczba dziesiętna 9 w zapisie oktalnym $8 = (11)_8$, liczba dziesiętna 8 w zapisie oktalnym $8 = (10)_8$.
Wykonujemy pisemne oktalne odejmowanie $(11)_8 - (10)_8$, stosując tabliczkę oktalnego odejmowania.

$$\begin{array}{rr} & 11 \\ - & 10 \\ & --- \\ & 1 \end{array}$$

Sprawdzenie:

$$9 - 8 = (11)_8 - (10)_8 = (1)_8 = 1.$$

1.1.8 Oktalne mnożenie

Tabliczka oktalnego mnożenia

	Mnożenie				oktalne		
*	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	10	12	14	16
3	3	6	11	14	17	22	25
4	4	10	14	20	24	30	34
5	5	12	17	20	31	36	43
6	6	14	22	24	31	36	52
7	7	16	25	34	43	52	61

Mnożenie oktalne wyjaśniamy na przykładach

Przykład 1.7 *Wykonaj mnożenie oktalne liczb dziesiętnych* 9 *i* 15

Liczba dziesiętna 9 w zapisie oktalnym $9 = (11)_8$, liczba dziesiętna 15 w zapisie oktalnym $15 = (17)_8$.
Wykonujemy pisemne oktalne mnożenie $(11)_8 * (17)_8$, stosując tabliczkę oktalnego mnożenia i dodawania.

$$\begin{array}{r} 17 \\ *\ 11 \\ --- \\ 17 \\ 17 \\ --- \\ 207 \end{array}$$

Sprawdzenie:
Mnożenie liczb dziesiętnych

$$9 * 15 = 135$$

Mnożenie liczb oktalnych

$$(11)_8 * (17)_8 = (207)_8$$
$$(207)_8 = 2 * 8^2 + 0 * 8^1 + 7 * 8^0 = 2 * 64 + 7 = 135$$

1.1.9 Oktalne dzielenie

Dzielenie oktalne wyjaśniamy na przykładach

Przykład 1.8 *Wykonaj dzielenie oktalne liczb dziesiętnych* 45 *podziel przez* 3

Liczba dziesiętna 45 w zapisie oktalnym $45 = (55)_8$, liczba dziesiętna 3 w zapisie oktalnym $3 = (3)_3$.
Wykonujemy pisemne oktalne dzielenie $(17)_8 : (3)_8$.

$$\begin{array}{l}
\ \ 17 \\
- - - \\
\ \ 55 : 3 \\
-3 \\
-- \\
\ \ 25 \\
\ \ 25 \\
- - -- \\
\ \ =
\end{array}$$

Sprawdzenie:

$$\begin{array}{l}
45 : 3 = 15 \\
(55)_8 : (3)_8 = (17)_8 = 1 * 8 + 7 = 15.
\end{array}$$

1.2 Liczby oktalne parzyste i nieparzyste

Podobnie jak w systemie dziesiętnym, liczby oktalne parzyste i nie parzyste poznajemy po cyfrze jedności. Mianowicie, jeżeli cyfra jedności liczby oktalnej jest równa 0 lub 2 lub 4 lub 6 to liczba oktalna jest parzysta, w przeciwnym przypadku, jeżeli cyfra jedności liczby oktalnej jest 1 lub 3 lub 5 lub 7 to liczba oktalna jest nieparzysta.

1.2.1 Liczby oktalne parzyste

1. Liczby oktalne parzyste mają cyfry jedności 0.
   Na przkład liczby oktalne

   $$0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 20,\ 22,\ 24$$

   mają cyfrę jedności 0, 2 4, 6, dlatego są parzyste.

2. Liczby oktalne parzyste są podzielne przez oktalną 2, zatem mają ogólną postać [3]

   $$n = 2 * k, \quad \text{dla } k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, ...;$$

   Na przykład

   $$\begin{array}{ll}
   k = 0, & n = 2 * 0 = 0, \\
   k = 1, & n = 2 * 1 = 2, \\
   k = 2, & n = 2 * 2 = 4, \\
   k = 3, & n = 2 * 3 = 6, \\
   k = 4, & n = 2 * 4 = 10, \\
   k = 5, & n = 2 * 5 = 12, \\
   \dots & \dots\dots\dots\dots
   \end{array}$$

[3] Tutaj oktalne liczby $(1)_8 = 1,\ (2)_8 = 2,\ (3)_8$ itd...; piszemy bez nawiasów

3. Suma, różnica i iloczyn liczb oktalnych parzystych jest liczbą oktalną parzystą
   Na przykład:

$$a = (12)_8, \quad b = (36)_8,$$

$$a + b = (12)_8 + (36)_8 = (50)_8,$$

$$a - b = (12)_8 - (50)_8 = -(24)_8,$$

$$a * b = (12)_8 * (36)_8 = (454)_8$$

1.2.2 Liczby oktalne nieparzyste

Własności liczb oktalnych nieparzystych

1. Liczby oktalne nieparzyste mają cyfry jedności 1 lub 3 lub 5 lub 7.
   Na przkład liczby binarne

   1 23, 35, 47, 121, 123, 125, 127

   mają odpowiednio cyfry jedności 1, 3 5 7 1, 3 5 7..

2. Liczby pktalne nieparzyste mają ogólną postać

$$n = (2)_8 * k + 1, \quad \text{lub } n = (2)_8 * k - 1, \quad \text{dla} \;\; k = 0, 1, 2, 3, 4, ...;$$

   Na przykład

$$\begin{array}{llll}
k = 0, & n = 2 * 0 + 1 = 1, & lub & n = 2 * 0 - 1 = -1 \\
k = 1, & n = 2 * 1 + 1 = 3, & lub & n = 2 * 1 - 1 = 1 \\
k = 2, & n = 2 * 2 + 1 = 5, & lub & n = 2 * 2 - 1 = 3 \\
k = 3, & n = 2 * 3 + 1 = 7, & lub & n = 2 * 3 - 1 = 5 \\
k = 4, & n = 2 * 4 + 1 = 11, & lub & n = 2 * 4 - 1 = 7 \\
k = 5, & n = 2 * 5 + 1 = 13, & lub & n = 2 * 5 - 1 = 11 \\
k = 6, & n = 2 * 6 + 1 = 15, & lub & n = 2 * 6 - 1 = 13 \\
\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots
\end{array}$$

3. Suma lub różnica dwóch liczb oktalnych nieparzystych jest liczbą parzystą.

$$(13)_8 + (11)_8 = (24)_8, \quad (13)_8 - (11)_8 = 2$$

   Podaj inny przykład.

4. Iloczyn liczb oktalnych nieparzystych jest liczbą nieparzystą
   Na przykład:

$$(13)_8 * (11)_8 = (143)_8,$$

   Podaj inny przykład.

5. Natomiast suma liczby oktalnej nieparzystej i liczby oktalnej parzystej jest liczbą nieparzysta.

   Na przykład

6.

$$(26)_8 + (15)_8 = (43)_8.$$

   Podaj inny przykład

7. Podobnie, różnica liczby oktalnej nieparzystej i liczby binarnej parzystej jest licbąnieparzystą. Na przykład

8. $$(26)_8 - (15)_8 = (11)_8$$

   Podaj inny przykład.

1.2.3 Przykłady

Zadanie 1.1 *Przelicz liczby dziesiętne na liczby oktalne*

(a) x=100

(b) y=500

Rozwiązanie (a):
Dzielimy liczbę dziesiętną 100 przez 8 według schematu

Liczba $x/8$	|	*Reszta z dzielenia przez* 8
======	=	================
$100/8 = 12$	|	4
$12/8 = 1$	|	4
$1/8 = 0$	|	1

Zapis oktalny liczby dziesiętnej $x = 100$ otrzymamy pisząc reszty tego dzielenie od ostatniej do pierwszej

$$x = (144)_8$$

Sprawdzenie:

$$x = (144)_8 = 1 * 8^2 + 4 * 8 + 4 = 64 + 32 + 4 = 100$$

Rozwiązanie (b):
Dzielimy liczbę dziesiętną 500 przez 8 według schemtatu

Liczba $x/8$	|	*Reszta z dzielenia przez* 8
======	=	================
$500/8 = 62$	|	4
$62/8 = 7$	|	6
$7/8 = 0$	|	7

Zapis oktalny liczby dziesiętnej $x = 500$ otrzymamy pisząc reszty tego dzielenie od ostatniej do pierwszej

$$x = (764)_8$$

Sprawdzenie:

$$x = (764)_8 = 7 * 8^2 + 6 * 8 + 4 = 64 + 32 + 4 = 448 + 48 + 4 = 500$$

Zadanie 1.2 *Suma dwóch kolejnych liczb oktalnych nieparzystych równa jest* $(500)_8$. *Znajdź te liczby binarne.*

Rozwiązanie:
Dwie kolejne liczby oktalne nieparzyste to

$$(2)_8 * n - 1, \quad (2)_8 * n + 1$$

Ich suma [4]

$$(2 * n - 1) + (2 * n + 1) = 4 * n = 500$$

Obliczamy n:

$$4 * n = 500, \quad \text{to} \quad n = 500 : 4 = 120$$

Obliczmy dwie kolejne liczby nieparzyste oktalne

$$(2)_8 * n - 1 = (2)_8 * (120)_8 - 1 = (237)_8,$$

$$(2)_8 * n + 1 = (2)_8 * (120_8 + 1 = (241)_8.$$

Sprawdzenie w systemie oktalnym:

$$(2)_8 * n - 1) + ((2)_8 * n + 1) = (237)_8 + (241)_8 = (500)_8$$

Sprawdż rozwiązanie w systemie dziesiętnym.

Zadanie 1.3 *Suma trzech kolejnych liczb oktalnych parzystych równa jest* $(52)_8$*. Znajdż te liczby.*

Rozwiązanie:
Kolejne trzy liczby oktalne parzyste to

$$(2)_8 * n - (2)_8, \quad (2)_8 * n, \quad (2)_8 * n + (2)_8.$$

Ich suma

$$[(2)_8 * n - (2)_8] + (2)_8 * n + [(2)_8 * n + (2)_8] = (6)_8 * n = (52)_8.$$

Obliczamy n:

$$(6)_8 * n = (52)_8, \quad n = (52)_8 : (6)_8 = (7)_8.$$

Obliczmy trzy kolejnych liczb binarne parzyste

$$(2)_8 * n - (2)_8 = (2)_8 * (7)_8 - (2)_8 = (14)_8,$$

$$(2)_8 * n = (2)_8 * (7)_8 = (16)_8,$$

$$(2)_8 * n + (2)_8 = (2)_8 * (7)_8 + (2)_8 = (20)_8.$$

Sprawdzenie:

$$(14)_8 + (16)_8 + (20)_8 = (52)_8.$$

Sprawdź rozwiązanie w systemie dziesiętnym.

Zadanie 1.4 *Oblicz sumę liczb oktalnych*

$$S_{20} = 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 20$$

używając tylko jednej operacji mnożenia oktalnego i jednej operacji dzielenia oktalnego.

[4] Tutaj pomijamy nawias $2 \equiv (2)_8$ wykonując operacje na liczbach oktalnych

Rozwiązanie:
Zapiszmy składniki sumy w odwrotnej kolejności i dodajmy stronami składniki sumy wykonując dodawanie oktalne na liczbach oktalnych, jak niżej:

$$\begin{array}{ccc} S_{20} & = & 10+11+12+13+14+15+16+17+20 \\ S_{20} & = & 20+17+16+15+14+13+12+11+10 \\ --- & . & ------------------ \\ 2*S_{20} & = & \underbrace{30+30+30+30+30+30+30+30+30}_{(11)_8 \text{ oktalnych skladnikow sumy}} \end{array}$$

Skąd obliczmy sumę S_{20} używając jednej operacji oktalnego mnożenia i jednej operacji oktalnego dzielenia.

$$(2)_8 * S_{20} = (11)_8 * (36)_8 = (416)_8$$

$$S_{20} = (416)_8 : (2)_8 = (207)_8$$

Sprawdź rozwiązanie w systemie dziesiętnym.

1.2.4 Zadania

Zadanie 1.5 *Przelicz liczby dziesiętne na liczby oktalne stosując algorytm oktalnego przeliczania.*

(a) $x = 53$

(b) $x = 1025$

Sprawdź otrzymane wyniki przeliczenia w systemie oktalnym i systemie dziesiętnym.

Zadanie 1.6 *.*
(a) *Przelicz liczby dziesiętne* 513 *i* 25 *na liczby oktalne.*
(b) *Dodaj liczby oktalne*

$$(1003)_8 + (10005)_8$$

Sprawdź wynik dodawania w systemie oktalnym i dziesiętnym

Zadanie 1.7 *.*
(a) *Przelicz liczby dziesiętne* 256 *i* 16 *na liczby oktalne.*
(b) *Odejmij liczby oktalnych*

$$(10005)_8 - (1003)_8$$

Sprawdź wynik odejmowanie w systemie oktalnym i dziesiętnym.

Zadanie 1.8 *.*
(a) *Przelicz liczby dziesiętne* 129 *i* 3 *na liczby oktalne.*
(b) *Pomnóż liczby* 129 *i* 3 *w systemie oktalnym Sprawdź wynik mnożenia w systemie oktalnym i dziesętnym.*

Zadanie 1.9 *Ile jest różnych liczb oktalnych dwucyfrywych?*

Zadanie 1.10 *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego liczb oktalnych zachowując kolejność operacji dodawania,odejmowania, mnożenia i dzielenia.*

$$(10)_8 * (11)_8 + (12)_8 * (13)_8 - (14)_8 : (4)_8$$

Zadanie 1.11 *Oblicz wartość wyrażenia arytmetycznego zachowując kolejność operacji arytmetycznych z nawiasami.*

(a)

$$(2)_8 * [(10)_8 * (11)_8 + (11)_8 * (12)_8].$$

(b)

$$(3)_8 * [(160)_8 : (10)_8 - (20)_8 : (100)_8]$$

Sprawdź wynik oktalnych obliczeń w systemie dziesiętnym.

Zadanie 1.12 *Suma trzech kolejnych liczb oktalnych parzystych równa jest* $(14)_8$. *Znajdź te liczby.*

Zadanie 1.13 *Oblicz sumę liczb oktalnych nieparzystych*

$$S_{23} \quad = \quad (11)_8 + (13)_8 + (15)_8 + (17)_8 + (21)_8 + (23)_8$$

używając tylko jednej operacji mnożenia oktalnego.