SZKOŁA PODSTAWOWA HELIANTUS
02-892 WARSZAWA
ul. BAŻANCIA 16

LEKCJA 8.2,

Funkcja kwadratowa. Trójmian kwadratowy

12 godziny lekcyjne po 45 minut

Tadeusz STYŠ

Contents

Chapter 1

Trójmian kwadratowy. Funkcja Kadratowa.

1.1 Trójmian kwadratowy. Funkcja kwadratowa.

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem

$$w_2(x) = a\,x^2 + b\,x + c, \qquad \text{lub} \quad y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0. \tag{1.1}$$

W przypadku gdy współczynnik $a = 0$ funkcja $y = bx + c$ jest liniowa.
Dziedziną funkcji kwadratowej jest zbiór liczb rzeczywistych R. Natomiast, zbiór wartości funkcji kwadratowej zależy od współczynników a, b, c i nie jest całym zbiorem liczb rzeczywistych.
Wyróżnik funkcji kwadratowej. Wyrażenie

$$\Delta = b^2 - 4ac,$$

nazywamy wyróżnikiem funkcji kwadratowej.

1.1.1 Równanie kwadratowe

Funkcja kwadratowa ma wartość zero w punkcie x_0, jeżeli x_0 jest rozwiązaniem równania kwadratowego

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Pierwiastki równania kwadratowego wyznaczamy metodą starożytnych uzupełnienia wyrażenia

$$ax^2 + bx + c$$

do kwadratu.
Mianowicie, wyciągając wspóczynnik $a \neq 0$ przed nawias otrzymamy

$$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}).$$

Następnie, dodając i jednocześnie odejmując wyrażenie $(\frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ piszemy wyrażenie kwadratowe w postaci kanonicznej

$$ax^2 + bx + c = a(\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}} + \underbrace{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}) = a[\underbrace{(x + \frac{b}{2a})^2} - \underbrace{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}]$$

W ten spoób otrzymaliśmy postać kanoniczną funkcji kwadratowej:

1.1.2 Postać kanoniczna funkcji kwadratowej.

$$y = ax^2 + bx + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a},$$

gdzie wyróżnik $\Delta = b^2 - 4ac$.

1.1.3 Pierwiastki równania kwadratowego.

Z postaci kanonicznej funkcji kwadratowej łatwo znajdujemy pierwiastki równania kwadratowego. Mianowicie piszemy

$$ax^2 + bx + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a} = 0.$$

Dla wyróżnika $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ możemy różnicę kwadratów napisać w postaci iloczynu

$$(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a})(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}) = 0.$$

Skąd wynikają wzory na pierwiastki równania kwadratowego

$$x_1 + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0, \qquad \text{lub} \quad x_2 + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$$

lub

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad \text{lub} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Zauważmy, że w przypadku gdy wyróżnik $\Delta = 0$, funkcja kwadratowa jest pełnym kwadratem

$$ax^2 + bx + c = a(x + \frac{b}{2a})^2.$$

Wtedy z powyższych wzorów otrzymujemy pierwiastek podwójny

$$a(x + \frac{b}{2a})^2 = 0, \qquad x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

1.1.4 Wzory Vieta

Pierwiastki równania kwadratowego

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

spełniają następujące wzory Vieta:
Suma i iloczyn pierwiastków

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \qquad x_1 * x_2 = \frac{c}{a}.$$

Istotnie, obliczamy

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

Podobnie iloczyn

$$\begin{aligned} x_1 * x_2 &= (\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}) * (\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}) \\ &= (-\frac{b}{2a})^2 - (\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a})^2 \\ &= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2-4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}. \end{aligned}$$

Przykład 1.1 *Znajdź równanie kwadratowe którego suma pierwiastków równa 3 i iloczyn pierwiastków równy 2.*

Rozwiązanie. Stosując wzory Vieta, piszemy

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3, \qquad x_1 * x_2 = \frac{c}{a} = 2.$$

Skąd znajdujemy

$$b = -3a, \quad c = a.$$

Zatem, mamy rodzinę równań kwadratowych

$$ax^2 - 3ax + a = 0$$

z parametrem $a \neq 0$ których suma pierwiastków równa jest 3, i iloczyn pierwiastków równy jest 2.

Zadanie 1.1 *Znajdź równanie kwadratowe którego suma pierwiastków równa 6 i iloczyn pierwiastków równy 5.*

1.1.5 Rozkład funkcji kwadratowej na czynniki pierwsze

Jeżeli wyróżnik $\Delta < 0$ jest ujemny to równanie kwadratowe nie ma pierwiastków rzeczywistych. Wtedy funkcja kwadratowa nie rozkłada się na czyniki liniowe.
W przypadku gdy wyróżnik $\Delta \geq 0$ funkcja kwadratowa rozkłada się na czynniki liniowe.
Istotnie, wtedy możemy przedstawić funkcje kwadratową jako różnicę kwadratów

$$ax^2 + bx + c = a[(x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{\sqrt{\Delta}}{2a})^2]$$

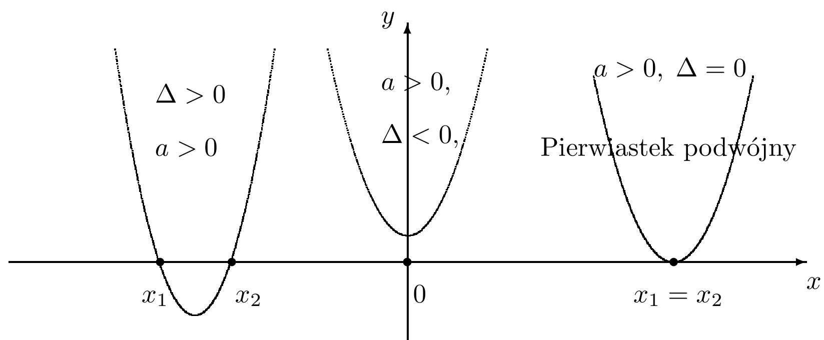
Stosując wzór na różnice kwadratów otrzymamy rozkład funkcji kwadratowej na czynniki liniowe

$$ax^2 + bx + c = a[(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a})(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a})] = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Położenie funkcji kwadratowej na płaszczyźnie. Położenie wykresu funkcji kwadratowej na płaszczyźnie we współrzędnych (x, y) wyznaczymy w następujących przypadkach:

$$(1) \quad a > 0, \quad \Delta > 0, \quad \Delta = 0, \quad \Delta < 0$$

$$(2) \quad a < 0, \quad \Delta > 0, \quad \Delta = 0, \quad \Delta =< 0.$$

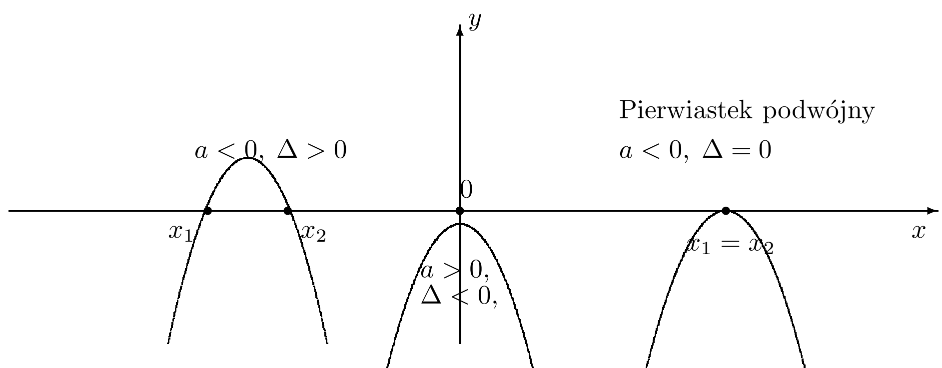


Funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c, \ \ a > 0.$

W przypadku (2)

$$a < 0, \ \ \Delta > 0, \quad \Delta = 0, \quad \Delta < 0$$

położenie wykresu trójmianu kwadratowego



Funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c, \ \ a < 0.$

Z postaci kanonicznej funkcji kwadratowej wnioskujemy, że

- funkcja kwadratowa osiąga minimum równe $-\dfrac{\Delta}{4a}$, jeżeli współczynnik $a > 0$ jest dodatni.
- funkcja kwadratowa osiąga maksimum równe $-\dfrac{\Delta}{4a}$, jeżeli współczynnik $a < 0$ jest ujemny.

Istotnie, w punkcje minimum lub maksimum $(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{\Delta}{4a}$ funkcja kwadratowa osiąga minimum lub maksimum, gdyż wtedy w postaci kanonicznej

$$y = ax^2 + bx + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a},$$

wyrażenie $(x + \dfrac{b}{2a})^2 = 0$ dla $x = -\dfrac{b}{2a}$, natomiast wartość funkcji $y = -\dfrac{\Delta}{4a}$.

Przykład 1.2 *Dla danej funkcji kwadratowej*

$$y = 2x^2 - 6x + 4$$

wykonaj następujące operacje:

(a) Znajdź mniejsca zerowe funkcji

(b) Rozłóż funkcje na czynniki liniowe

(c) Znajź minimum funkcji

(d) Podaj wykres funkcji

Rozwiązanie. Współczynniki równaia: $a = 2,\ b = -6,\ c = 4$.
Obliczmy wyróżnik równania

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 424 = 36 - 32 = 4 > 0.$$

(a) Stosując wzory, obliczmy pierwiaski równia

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{4}}{4} = 1,$$

$$x_2 = \frac{-b = \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + \sqrt{4}}{4} = 2$$

(b) Według wzoru, funkcja kwadratowa rozkłada się na czynniki liniowe

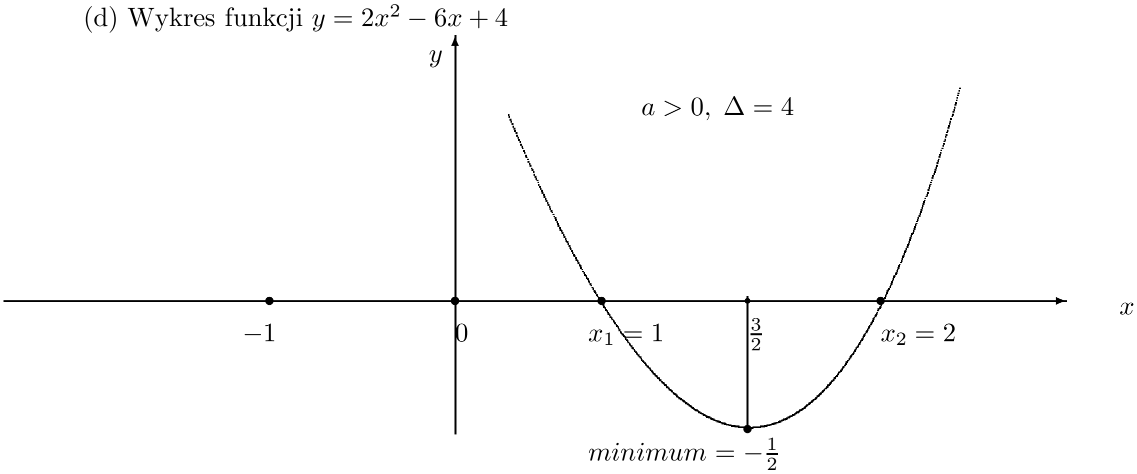
$$y = a(x - x_1)(x - x_2) = 2(x - 1)(x - 2).$$

(c) Ponieważ wyróżnik $\Delta = 4 > 0$ jest dodatni to funkcja kwadratowa ma minimum

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{2}$$

w punkcie $(\frac{-b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}) = (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$.
Punkty $(1,0)$ i $(2,0)$ w których leżą pierwiastki funkcji kwadratowej i punkt minimum $(\frac{3}{2}. -\frac{1}{2})$ wyznaczają położenie jej wykresu na płaszczyźnie (x, y).

(d) Wykres funkcji $y = 2x^2 - 6x + 4$



Funkcja kwadratowa $y = 2x^2 - 6x + 4$.

1.1.6 Nierówności kwadratowe

Rozwiązanie nierówności kwadratowych odczytujemy z położenia wykresu funkcji kwadratowej. Mianowicie, mamy następujące przypadki:

1. Dla $a > 0$, $\Delta > 0$ funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c > 0$ jest dodatnia poza pierwiastkami: $x < x_1$ oraz $x > x_2$, natomiast jest ujemna $y = ax^2 + bx + c < 0$ pomiędzy pierwiastkami: $x_1 < x < x_2$.

2. Dla $a < 0$, $\Delta > 0$ funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c > 0$ jest ujemna poza pierwiastkami: $x < x_1$ oraz $x > x_2$, natomiast jest dodatnia $y = ax^2 + bx + c > 0$ pomiędzy pierwiastkami: $x_1 < x < x_2$.

3. Dla $a > 0$, $\Delta \le 0$ funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c \ge 0$ jest nieujemna na całym zbiorze liczb rzeczywistych dla $-\infty < x < \infty$.

4. Dla $a < 0$, $\Delta \le 0$ funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c \le 0$ jest niedodatnia na całym zbiorze liczb rzeczywistych dla $-\infty < x < \infty$.

Przykład 1.3 *Rozwiąż następujące nierówności i znajdź maksimum lub minimum wskazanej funkcji:*

$$
\begin{array}{lll}
(1) & x^2 + x + 1 > 0, & y = x^2 + x + 1. \\
(2) & -2x^2 + 2x - 1 < 0, & y = -2x^2 + 2x - 1, \\
(3) & x^2 - 5x + 6 \ge 0, & y = x^2 - 5x + 6, \\
(4) & -2x^2 + x + 1 > 0, & y = -2x^2 + x + 1.
\end{array}
$$

Rozwiązanie, (1). Określamy współczynniki i wyróżnik funkcji

$$y = x^2 + x + 1.$$

Współczynniki:

$$a = 1,\ b = 1,\ c = 1.$$

Wyróżnik:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 * 1 * 1 = -3.$$

Ponieważ współczynnik $a = 1 > 0$ jest dodatni i wyróżnik $\Delta = -3 < 0$ jest ujemny to nierówność

$$x^2 + x + 1 > 0,$$

jest prawdziwa dla $-\infty < x < \infty$.
Funkcja

$$y = x^2 + x + 1$$

osiąga minimum równe $\frac{3}{4}$ w punkcie $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}) = (-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$.
Rozwiązanie, (2). Określamy współczynniki i wyróżnik funkcji

$$y = -2x^2 + 2x - 1.$$

Współczynniki: $a = -2,\ b = 2,\ c = -1$.
Wyróżnik: $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 * (-2) * (-1) = -4$.
Ponieważ współczynnik $a = -2 < 0$ jest ujemny i wyróżnik $\Delta = -4 < 0$ jest ujemny to nierówność

$$-2x^2 + 2x - 1 < 0$$

trómia jest prawdziwa dla $-\infty < x < \infty$.
Funkcja $y = -2x^2 + 2x - 1$ osiąga maksimum równe 1 w punkcie $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}) = (\frac{1}{2}, 1)$
Rozwiązanie, (3). Określamy współczynniki i wyróżnik funkcji

$$y = x^2 - 5x + 6.$$

Współczynniki: $a = 1,\ b = -5,\ c = 6.$
Wyróżnik: $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 * 1 * 6 = 1.$
Ponieważ wyróżnik $\Delta = 1 > 0,\ \sqrt{1} = 1$ jest dodatni to funkcja ma dwa różne pierwiastki

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 1}{2} = 2,\ \ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 1}{2} = 3.$$

Zatem nierówność

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

jest prawdziwa poza pierwiastkam to znaczy dla $x < 2$ i dla $x > 3$
Funkcja $y = x^2 - 5x + 6$ osiąga minimu równe $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4}$ w punkcie $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}) = (\frac{5}{2}, \frac{-1}{4})$.
Rozwiązanie, (4). Określamy współczynniki i wyróżnik funkcji

$$y = -2x^2 + x + 1,$$

Współczynniki: $a = -2,\ b = 1,\ c = 1.$
Wyróżnik: $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 * (-2) * 1 = 9.$
Ponieważ współczynnik $a = -2 < 0$ wyróżnik $\Delta = 9 > 0,\ \sqrt{9} = 3$ jest dodatnia to funkcja

$$y = -2x^2 + 2x - 1,$$

ma dwa różne pierwiastki

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 3}{2 * (-2)} = 1,\ \ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 3}{2 * (-2)} = -\frac{1}{2}.$$

Zatem nierówność jest prawdziwa pomiędzy pierwiastkami to znaczy dla $-\frac{1}{2} < x < 1$.
Funkcja $y = -2x^2 + x + 1$ osiąga maksimum równe $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{9}{8}$ w punkcie $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}) = (\frac{1}{4}, \frac{9}{8})$.

Zadanie 1.2 *Rozwiąż następujące nierówności i znajdź maksimum lub minimum wskazanej funkcji:*

$$\begin{array}{lll}
(1) & x^2 - x + 1 > 0, & y = x^2 - x + 1. \\
(2) & -3x^2 + 6x - 3 \leq 0, & y = -3x^2 + 6x - 3. \\
(3) & x^2 - x - 2 \geq 0, & y = x^2 - x - 2. \\
(4) & -4x^2 + 3x + 1 > 0, & y = -4x^2 + 3x + 1.
\end{array}$$

Zadanie 1.3 *Dla jakich wartości parametru m funkcja kwadratowa*

$$y = x^2 + 2mx + m + 1$$

jest dodatnia dla wszystkich rzeczywistych wartości $x \in R$.

Przykład 1.4 *Dla trójmianu kwadratowego*

$$y = x^3 - 5x + 6$$

(i) wyprowadź postać kanoniczną trójmianu

(ii) znajdź jego pierwiastki i oblicz minimum trójmianu

(iii) narysuj położenie trójmianu na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Rozwiązanie:
(i) Wyróżnik trómianu kwadratowego o współczynnikach $a = 1,\ b - -5,\ c = 6$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 41 * 6 = 25 - 24 = 1.$$

Proste przekształcenie tego trójmianu prowdzi do postaci kanonicznej

$$y = x^2 - 5x + 6 = x^2 - 5x + (\frac{-5}{2})^2 + 6 - (\frac{-5}{2})^2 = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}.$$

Skąd postać kanoniczna tego trójmianu

$$y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}.$$

(ii) Obliczmy pierwiastki trójmianu z postaci kanonicznej lub bezpośrednio ze wzoró. Mianowicie postać kanoniczna jest różnią kwadratów, którą rozkładamy na czynniki

$$y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4} = y = (x - \frac{5}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2 = (x - \frac{5}{2} - \frac{1}{2})(x - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}).$$

Skąd obliczamy pierwiastki równania kwadratowego

$$(x - \frac{5}{2} - \frac{1}{2})(x - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}) = 0$$

$$(x - \frac{5}{2} - \frac{1}{2}) = 0, \qquad lub \quad (x - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}) = 0$$

$$x_1 = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3, \qquad x_2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2.$$

Łatwo obliczamy pierwiastki trójmianu kwadratowego podstawiając do wzorów

$$x_1 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{-5}{2} - \frac{\sqrt{1}}{2} = 2, \qquad x_2 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{-5}{2} + \frac{\sqrt{1}}{2} = 3.$$

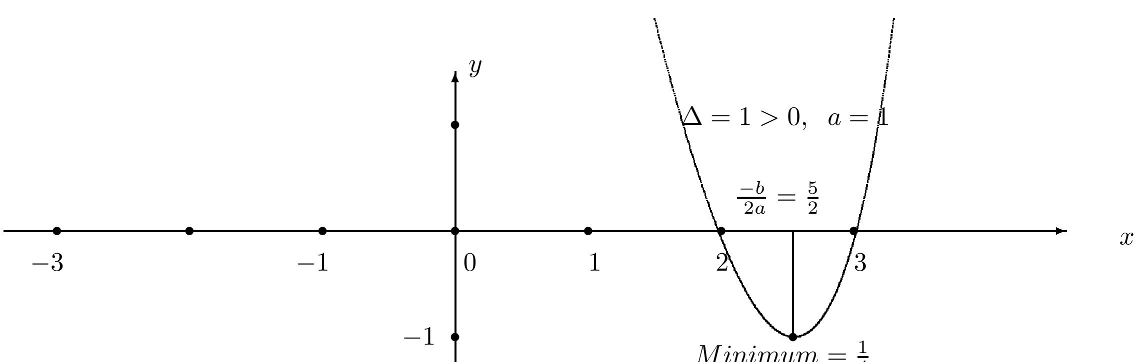
Minimum trójmianu kwadratowego obliczamy bezpośrednio z postaci kanonicznej

$$y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}.$$

Jasne, że wartość tego trójmianu jest najmniejsza, jeżeli kwadrat

$$(x - \frac{5}{2})^2 = 0.$$

Dla $x = \frac{5}{2}$, wartość $y = -\frac{1}{4}$. Zatem minimum trójmianu kwadratowego równe jest $\frac{1}{4}$.



1.1.7 Przykłady

Przykład 1.5 *Równanie kwadratowe*

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

ma dwa pierwiastki rzeczywiste x_1 *i* x_2. *Korzystając ze wzirów Viete oblicz wartości wyrażeń algebraicznych*

$$(x_1 + x_2)^2, \qquad x_1^2 + x_2^2, \qquad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$$

Rozwiązanie: współczynniki równania $a = 1,\ b = -4,\ c = 3$
Ze wzorów Viete obliczmy sumę i iloczyn pierwistkoów

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{1} = 4, \quad x_1 * x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3.$$

Skąd obliczamy wartości wyrażeń algebraicznych

$$(x_1 + x_2)^2 = 4^2 = 16, \quad x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 16 - 2 * 3 = 10.$$

oraz

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 * x_2} = \frac{4}{3}.$$

Przykład 1.6 *Dla których wartości parametru* m *równanie*

$$x^2 - 2x + m = 0$$

ma dwa różne pierwiastki

Rozwiązanie: Równie

$$x^2 - 2x + m = 0$$

ma dwa różne pierwiastki, jeżeli wyróżnik tego równa jest dodatni

$$\begin{array}{l} \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4m > 0, \\ 4 - 4m > 0, \quad 4m < 4, \quad m < 1. \end{array}$$

Odpowieć: Równanie $x^2 - 2x + m$ ma dwa różne pierwiastki dla parametru $-\infty < m < 1$

Przykład 1.7 *Wyznacz współczynniki* $a,\ b,\ c$ *równania kwadratowego*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

które posiada dwa rzeczywiste pierwiastki x_1 *i* x_2 *takie, że ich suma i iloczyn są dane*

$$x_1 + x_2 = 7, \qquad x_1 * x_2 = 10.$$

Rozwiązanie: Korzystając ze wzorów Viete

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 7, \qquad x_1 * x_2 = \frac{c}{a} = 10,$$

znajdujemy następujące związki

$$b = -7a, ; \qquad c = 10a.$$

Skąd równanie

$$ax^2 - 7ax + 10a = 0, \quad lub \quad a(x^2 - 7x + 10) = 0$$

spełnia warunki zadania dla każdego $a \neq 0$.

Przykład 1.8 *Wyznacz współczynniki a, b, c równania kwadratowego*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

które posiada dwa rzeczywiste pierwiastki $x_1 = 3$ i $x_2 = 8$

Rozwiązanie: Korzystając ze wzorów Viete

$$x_1 + x_2 = 3 + 8 = 11, \qquad \frac{-b}{a} = 11, \qquad x_1 * x_2 = 3 * 8 = 24, \qquad \frac{c}{a} = 24,$$

znajdujemy następujące związki

$$b = -11a, \qquad c = 24a.$$

Skąd otrzymujemy równanie

$$ax^2 - 11ax + 24a = 0, \quad lub \quad a(x^2 - 11x + 24) = 0$$

które posiada pierwiastki $x_1 = 3$, $x_2 = 8$ dla każdego $a \neq 0$.

1.1.8 Zadania

Zadanie 1.4 *Znajdź pierwiastki równania*

(i)) $x^2 - 3x + 6 = 0$,

(ii) $-2x^2 + 9x - 10 = 0$,

(iii) $4x^2 - 12x + 9 = 0$.

Zadanie 1.5 *Dla których wartości parametru m równanie*

$$-x^2 + 4x + m - 4 = 0$$

ma dwa różne pierwiastki

Zadanie 1.6 *Dla których wartości zmiennej x trójmian kwadratowy*

$$y = x^2 + 4x + 3$$

jest dodatni.
Oblicz najmniejszą wartość tego trójmianu kwadratowego.

Zadanie 1.7 *Dla których wartości zmiennej x trójmian kwadratowy*

$$y = -2x^2 + 5x + 3$$

jest ujemny.
Oblicz największą wartość tego trójmianu kwadratowego.

Zadanie 1.8 *Dla których wartości parametru m trójmian kwadratowy*

$$y = x^2 + 4x + m^2$$

jest dodatni dla wszystkich wartości zmiennej x.
Oblicz najmniejszą wartość tego trójmianu kwadratowego.

Zadanie 1.9 *Dla których wartości parametru m trójmian kwadratowy*

$$y = -x^2 + 3x - m,$$

jest ujemny dla wszystkich wartości zmiennej x.
Oblicz największą wartość tego trójmianu kwadratowego.

Zadanie 1.10 *Znajdź równanie kwadratowe którego suma pierwiastków równa 6 i iloczyn pierwiastków równy 5.*